

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ПУЧКОВАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ЭЛЕКТРОННОГО СГУСТКА В КРИСТАЛЛЕ

А.И. Бенедиктович, А.В. Леонов, И.Д. Феранчук
Белорусский государственный университет,
220030 Минск, пр. Независимости 4, тел. 209-55-08, fer@open.by

В работе рассматривается эффект параметрической пучковой неустойчивости релятивистских электронов в кристалле для электронных сгустков, использующихся в рентгеновских лазерах на свободных электронах. В данном случае поперечная модуляция пучка определяется эффектом каналирования электронов, а продольная модуляция обусловлена параметрическим механизмом генерации рентгеновского излучения. Показано, что плотность тока, характерная для электронных сгустков в ускорителях рентгеновских лазеров, достаточна для возникновения параметрической неустойчивости. Рассмотрены также условия, при которых импульс рентгеновского излучения успевает сформироваться до разрушения кристалла. Получены оценки характерных параметров системы на примере кристалла кремния.

Введение

Применение рентгеновских лазеров на свободных электронах (РЛСЭ), генерирующих ультракороткие импульсы, открывает новые возможности изучения структуры и динамики процессов в конденсированных средах. Во многих исследованиях [1] было показано, что большое число квантов в импульсе позволяет регистрировать полную информацию об объекте до его разрушения. Эти результаты открывают новые возможности для применения параметрического рентгеновского излучения (ПРИ) [2] от электронных сгустков высокой плотности, использующихся в РЛСЭ. Теоретически и экспериментально было показано [1], что спектральная плотность ПРИ от одного электрона существенно больше, чем в случае других механизмов излучения, включая синхротронное излучение. В то же время интегральный выход ПРИ ограничен величиной стационарного тока J , который может распространяться в кристалле без его разрушения. Однако если рассмотреть излучение электронного сгустка с высокой плотностью тока, но длительностью ~ 100 фс, то импульс ПРИ может успеть сформироваться до разрушения кристалла. Такой источник импульсов квази-мономатического рентгеновского излучения с плавно перестраиваемой частотой может быть полезен для исследования динамики атомных переходов. Дальнейшее увеличение яркости источника импульсного ПРИ возможно в случае, когда выполняются условия параметрической пучковой неустойчивости [3]. Эти условия достигаются, когда плотность тока в сгустке превышает некоторое пороговое значение J_c . В работе показано, что необходимые условия могут быть выполнены при использовании электронных сгустков установок типа FLASH, генерирующих когерентное ультрафиолетовое излучение.

Основная часть

Рассмотрим наиболее существенные параметры ПРИ от одного электрона [2]. Энергия испускаемого фотона $\hbar\omega_B$ и ширина спектрального интервала $\Delta\omega$ определяются следующими выражениями:

$$\hbar\omega_B [\text{keV}] = 1.974 \frac{\pi}{d[A] \sin \theta_B} n,$$

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_B} = \left| \chi_0'' \frac{\cos 2\theta_B}{2 \sin^2 \theta_B} - \Delta\theta_x \cot \theta_B \right|,$$

где d - межплоскостное расстояние для выделенной системы кристаллографических плоскостей, $2\theta_B$ - угол между скоростью электрона и этими плоскостями; $\chi_0 = \chi_0' + i\chi_0''$ - поляризуемость кристалла и $n = 1, 2, \dots$ - порядок отражения. $\Delta\theta_x$ - угловая расходимость испущенных квантов - и их относительная спектральная ширина зависят от энергии частицы:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_B} \approx \Delta\theta_x \leq \gamma^{-1}, \quad \gamma = \frac{E}{mc^2},$$

где E и m - энергия и масса электрона соответственно.

Для оценки абсолютного значения интенсивности ПРИ можно ввести квантовый выход $Q(E)$, как число фотонов, испущенных одним электроном с энергией E в телесном угле $\Delta\Omega_D = 1 \text{ мрад}^2$ и со спектральной шириной пика ПРИ. Эта величина зависит от длины поглощения $L_a \approx c/\omega_B |\chi_0''|$ и определяется следующим соотношением [2]

$$Q(E) [\text{фотонов } E^{-1} \text{ мрад}^{-2}] \approx \frac{\alpha}{\pi} \frac{\beta^2 \cos 2\theta_B}{\sin^2 \theta_B} \times \\ \times \int d\Omega_D \frac{(\theta^2 + \Delta\theta_x^2) |\chi_H|^4}{|\chi_0''| [\theta^2 + \gamma^{-2} + \theta_s^2 - \chi_0']^4},$$

где χ_H - компонента рентгеновской поляризуемости, соответствующая вектору обратной решетки $\vec{H}$; θ_s - среднеквадратичный угол многократного рассеяния, β - параметр асимметрии дифракции и $\alpha = e^2/\hbar c \approx 1/137$ - постоянная тонкой структуры. Если

рассматривать в качестве кристалла-излучателя кремний, то в зависимости от угла θ_B можно найти следующие диапазоны изменения параметров излучения: для фотонов с энергией 10 кэВ оптимальное отражение ПРИ соответствует плоскости (111) и углу $\theta_B \approx 9.5$ град. При этом квантовый выход от одного электрона с энергией порядка 10 МэВ:

$$Q(E)[\text{фотонов } E^{-1} \text{ мрад}^{-2}] \approx 5 \times 10^{-8}.$$

Оценим характеристики импульса ПРИ в кристалле кремния от электронного сгустка с параметрами, соответствующими установке FLASH. В этом случае заряд сгустка составляет ~ 1 нКл и его длительность, как и длительность импульса ПРИ $\tau_e = 0.1$ пс = 100 фс. В результате находим, что в импульсе ПРИ будет излучаться около 10^4 квазимонохроматических фотонов (Рис.1), что соответствует яркости такого источника:

$$B[\text{фотонов} / \text{с мрад}^2 \text{ 0.1\% ШПП}] = \frac{Q(E) N_e}{2 \tau_e} \sim 10^{17},$$

где N_e - число электронов в сгустке.

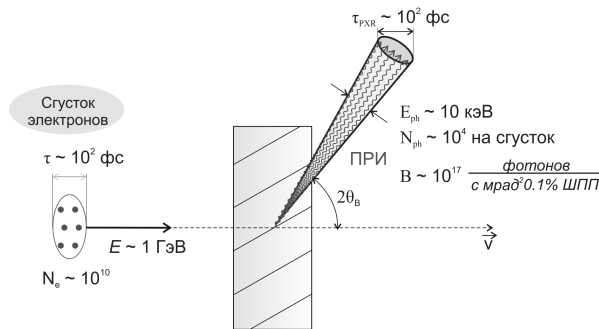


Рис. 1. Параметры импульса ПРИ, излучаемого сгустком электронов при прохождении через кристалл.

Формирование импульса ПРИ во многом зависит от того, сохраняется ли периодическая структура кристалла и величина атомных формфакторов в течение времени прохождения электронного сгустка. Согласно [1] периодическая структура кристалла сохраняется в течение времени $\tau_D \sim 100$ фс $\sim \tau_e$ даже в случае полной ионизации атомов. Для оценки изменения формфакторов учтем, что основной механизм потерь энергии релятивистского электрона в среде определяется процессами столкновительной ионизации атомов. Эта величина определяется релятивистским обобщением формулы Бете как:

$$\Delta E = \frac{4\pi e^4 n_e}{mc^2} \left[\ln \frac{2mc^2 \gamma^2}{I} - 1 \right] L,$$

где $n_e = Z/\Omega$ - плотность электронов в среде, Ω - объем элементарной ячейки, Z - заряд ядер

кристалла, I - средняя энергия ионизации атомов среды, которую можно оценить в рамках модели Томаса-Ферми:

$$I \approx 0.73 Z^{7/3} \frac{me^4}{\hbar^2}.$$

Рассмотрим сгусток с длиной $L_e = c\tau_e$ и поперечным сечением S_e . Тогда средняя энергия, переданная от сгустка каждому атому вдоль траектории электронов, имеет вид:

$$\Delta \varepsilon = \frac{N_e \Delta E \Omega}{L_e S_e} = \frac{4\pi e^4 N_e Z}{mc^2} \left[\ln \frac{2mc^2 \gamma^2}{I} - 1 \right] \frac{L}{L_e S_e}.$$

Относительное уменьшение величины атомного формфактора $\Delta F/F$ пропорционально потерям энергии сгустком электронов и ее можно оценить следующим образом:

$$\frac{\Delta F}{F} \approx \frac{\Delta \varepsilon}{I} \approx \frac{4\pi \hbar^2 N_e}{m^2 c^2 Z^{7/3}} \left[\ln \frac{2mc^2 \gamma^2}{I} - 1 \right] \frac{L}{L_e S_e}.$$

При числе электронов в сгустке $N_e = 10^{10}$ с поперечным сечением $S_e \sim 10^{-4} \text{ см}^2$ и длиной $L_e \sim L$, находим:

$$\frac{\Delta F}{F} \sim 10^{-4}.$$

Таким образом, существует реальная возможность формирования импульса ПРИ на базе электронных сгустков, используемых на FLASH, и это можно рассматривать как дополнительную опцию на этом ускорителе. Возможная схема для получения импульсов ПРИ на FLASH приведена на рис.2.

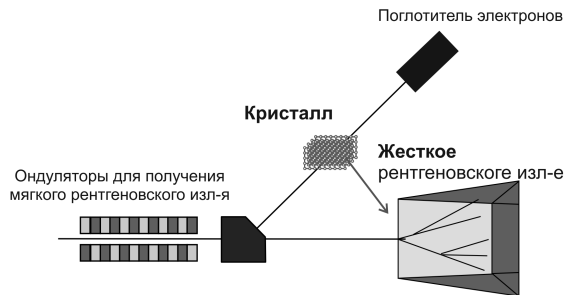


Рис. 2. Возможная схема генерации ПРИ на базе установки типа FLASH

Дальнейшее увеличение яркости источника на основе ПРИ можно получить, если реализовать условия для самоусиления спонтанного излучения за счет эффекта параметрической пучковой неустойчивости электронного сгустка за время движения в кристалле. Оценка параметров системы для возникновения такого эффекта была рассмотрена в [3]. Роль ондулятора в этом случае обусловлена эффектом каналирования, когда электроны совершают поперечные колебания в каналах, задаваемых

кристаллографическими плоскостями. Как было показано в [3], неустойчивость пучка возникает при выполнении следующих условий для волнового вектора испускаемого фотона:

$$\left\{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}(1 + \chi_0)\right\} \left\{k_H^2 - \frac{\omega^2}{c^2}(1 + \chi_0)\right\} - k^2 k_H^2 \chi_H \chi_{-H} = 0$$

,

$$\vec{k}_H = \vec{k} + \vec{H}, \quad k_H^2 = (\vec{k} + \vec{H})^2 = k^2, \quad \vec{k} = \omega_B \frac{\vec{v}_0}{v_0 c},$$

$$\omega_B - (\vec{k} \cdot \vec{v}_0) - \omega_0 = 0.$$

Здесь два первых уравнения соответствуют условиям генерации ПРИ с частотой ω_B , а последнее уравнение соответствует резонансу между ω_B и частотой ω_0 осцилляций в канале с учетом эффекта Доплера.

Если все эти условия выполнены, то инкремент усиления G для рассматриваемого процесса определяется следующей формулой [3]:

$$G = \frac{1}{\sqrt{2c}} (\omega_B |\chi_0| D)^{1/4},$$

$$D = \left| \frac{E \omega_p^2 \omega_0}{2 \omega_B} \left(\frac{\Omega_k}{\omega} - \frac{\langle v_x^2 \rangle}{c^2} \right) \left(x^2 \right) \left(\frac{\omega_0 \omega_B}{c^2} - k_x^2 \right) \frac{d\omega}{d\varepsilon} \right|,$$

$$\omega_p^2 = \frac{4\pi e^2}{m} \rho_e, \quad \Omega_k = \omega_B - (\vec{k} \cdot \vec{v}_0), \quad \varepsilon = \frac{E v_x^2}{c^2},$$

где ω_p - плазменная частота в электронном сгустке, ε - энергия поперечного движения электронов, величины $\langle v_x^2 \rangle$, $\langle x^2 \rangle$ характеризуют скорость и амплитуду поперечных колебаний.

Самоусиление будет происходить, если на длине поглощения кристалла выполняется условие:

$$GL_{abs} = \frac{3G}{2\omega_B} \left[\ln(\chi_0 - \sqrt{\chi_H \chi_{-H}}) \right]^2 > 1.$$

Это условие определяет пороговое значение плотности тока j_{th} и плотности электронов ρ_{th} в сгустке для возникновения неустойчивости:

$$j_{th} \approx 10^7 \frac{A}{cm^2}, \quad \rho_{th} \approx 0.5 \times 10^{16} \frac{\text{эл-г}}{cm^3}.$$

Если считать, что число электронов в сгустке FLASH составляет $\sim 10^{10}$, длительность импульса $\tau_e = 100$ фс и поперечное сечение $S_e \approx 10^{-4} cm^2$, то плотность электронов ρ_F в сгустке составляет:

$$\rho_F = \frac{N_e}{c \tau_e S_e} \approx 3.3 \times 10^{16} \frac{\text{эл-г}}{cm^3},$$

что сравнимо со значением, необходимым для возникновения неустойчивости.

Заключение

Таким образом, в работе показано, что использование ПРИ от сгустков электронов, используемых на ускорителях типа FLASH, может приводить к генерации вынужденного монохроматического жесткого рентгеновского излучения.

Список литературы

1. Neutze R., [et. al]. // Nature. - 2006. - Vol. 406. - P. 752.
2. Baryshevsky V., Feranchuk I., Ulyanenko A. // Parametric X-ray radiation in crystals. - Berlin: Springer, 2005. - 167 pp.
3. Baryshevsky V., Feranchuk I. // Phys. Lett. A - 1984. - Vol. 102. - P. 141.

PARAMETRIC BEAM INSTABILITY OF THE ELECTRON BUNCH IN CRYSTALS

Andrei Benediktovitch, Aleksandr Leonov, Ilya Feranchuk

Belarusian State University

220030 Minsk, 4 Nezavisimosti Ave., phone 209-55-08, fer@open.by

Effect of the parametric beam instability (PBI) of the relativistic electron bunch in a crystal is analyzed theoretically. This effect is analogous to self-amplification of spontaneous emission (SASE) mechanism for X-ray Free Electron Laser (XFEL) with undulator. However, in the case of PBI the transversal modulation of the beam is defined by channeling of the electron in a crystal and the longitudinal modulation arises because of the parametric X-ray radiation mechanism. It is shown in the present paper that the current density J of the electron bunch typical for XFEL facility is enough for the bunch self-modulation within the X-ray range if the crystal thickness is larger than the crystal absorption length. This process could be used for generation of the coherent X-ray pulses if the time of the crystal destruction affected by the electron bunch is less than its passing time through the crystal. The threshold value J is estimated for the case of the electron bunch in FLASH facility propagating through a Si crystal.