

Лабораторная работа 1

УНИВЕРСАЛЬНЫЙ ЛАБОРАТОРНЫЙ КОМПЛЕКС ПО ЯДЕРНОЙ ФИЗИКЕ

Цель работы: изучить автоматизированный лабораторный комплекс, научиться им управлять с помощью компьютера; изучить программу «Спектр», изучить элементы программы Mathcad, необходимые для обработки экспериментальных данных при выполнении лабораторных работ.

ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОГО КОМПЛЕКСА

Структура. Основные положения

Цикл лабораторных работ по ядерной физике предназначен для более глубокого усвоения лекционного материала, а также для приобретения навыков экспериментально получать или подтверждать те или иные закономерности, изучаемые в ядерной физике. Студенты знакомятся с современными методами автоматизации эксперимента, учатся планировать автоматизированный эксперимент, включая обработку экспериментальных данных с помощью стандартной программы Mathcad.

Универсальный лабораторный комплекс (или **Спектрометр**) обеспечивает проведение всех измерений в спектрометрическом режиме. В него входят следующие части.

Детектор – содержит сменные блоки для работы с α -, β -, γ -излучением и базовый блок преобразования светового сигнала в электрический с последующим формированием и усилением. Каждый сменный блок имеет приспособления, обеспечивающие соответствующую геометрию эксперимента и радиационную защиту.

Электронный блок предназначен для сопряжения детектора с ЭВМ, в котором осуществляется преобразование амплитуды электрического импульса в код и вырабатывается тест-сигнал для электрической калибровки спектрометра. В электронном блоке размещаются один или два основных усилителя с изменяющимся коэффициентом усиления, схема совпадений, схема отбора, низковольтный и высоковольтный источники питания. Все функции управления режимом спектрометра осуществляются с помощью ЭВМ.

Спектрометр позволяет распределять и подсчитывать количество импульсов, амплитуда A_i которых удовлетворяет условию

$$i \cdot \Delta A \leq A_i < (i+1) \cdot \Delta A,$$

где i – номер канала спектрометра; ΔA – ширина канала спектрометра.

Количество каналов спектрометра, равное $N_{\text{макс}} = A_{\text{макс}} / \Delta A$, заранее проектируется для конкретного прибора. Для лабораторного спектрометра БГУ количество каналов – 1024, а максимальная амплитуда анализируемых импульсов равна 10 В.

С одной стороны, автоматизация позволяет избавиться от многих рутинных операций, а ЭВМ – быстро обработать экспериментальные данные. С другой стороны, автоматизация требует обязательного знания того, что мы должны получить. Работа на автоматизированном комплексе связана с определенными трудностями в правильном выборе режима работы экспериментальной установки. Незнание уровня сигнала может привести к ошибкам в проведении эксперимента. При малом уровне сигнала уменьшается отношение сигнал/шум, а при большом уровне сигнал может выйти за пределы линейного участка прибора, может перегрузиться усилитель и тогда, возможны ложные сигналы, вызванные перегрузкой. Это связано с тем, что диапазон изменения сигнала с выхода детектора велик.

Для установки и контроля параметров спектрометра, управления экспериментом и выполнения первичной обработки данных разработана специальная программа «Спектр».

ИНСТРУКЦИЯ ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ ПРОГРАММЫ СПЕКТР

СОДЕРЖАНИЕ

1. Запуск программы
2. Регистрация пользователя
3. Спектрометр. Главное окно
 - 3.1 Начало лабораторной работы. Панель «Спектрометрические каналы».
 - 3.2. Панель «Лабораторная работа»
 - 3.3. Панель «Набор спектра»
 - 3.4. Панель «Циклы измерений»
 - 3.5. Панель «Работа со спектром»

- 3.6. Панель «Работа с файлом»
- 3.7. Панель «Выбор цвета»
- 3.8. Панель «Математические функции»
- 3.9. Дополнительные возможности.

4. Порядок работы с программой

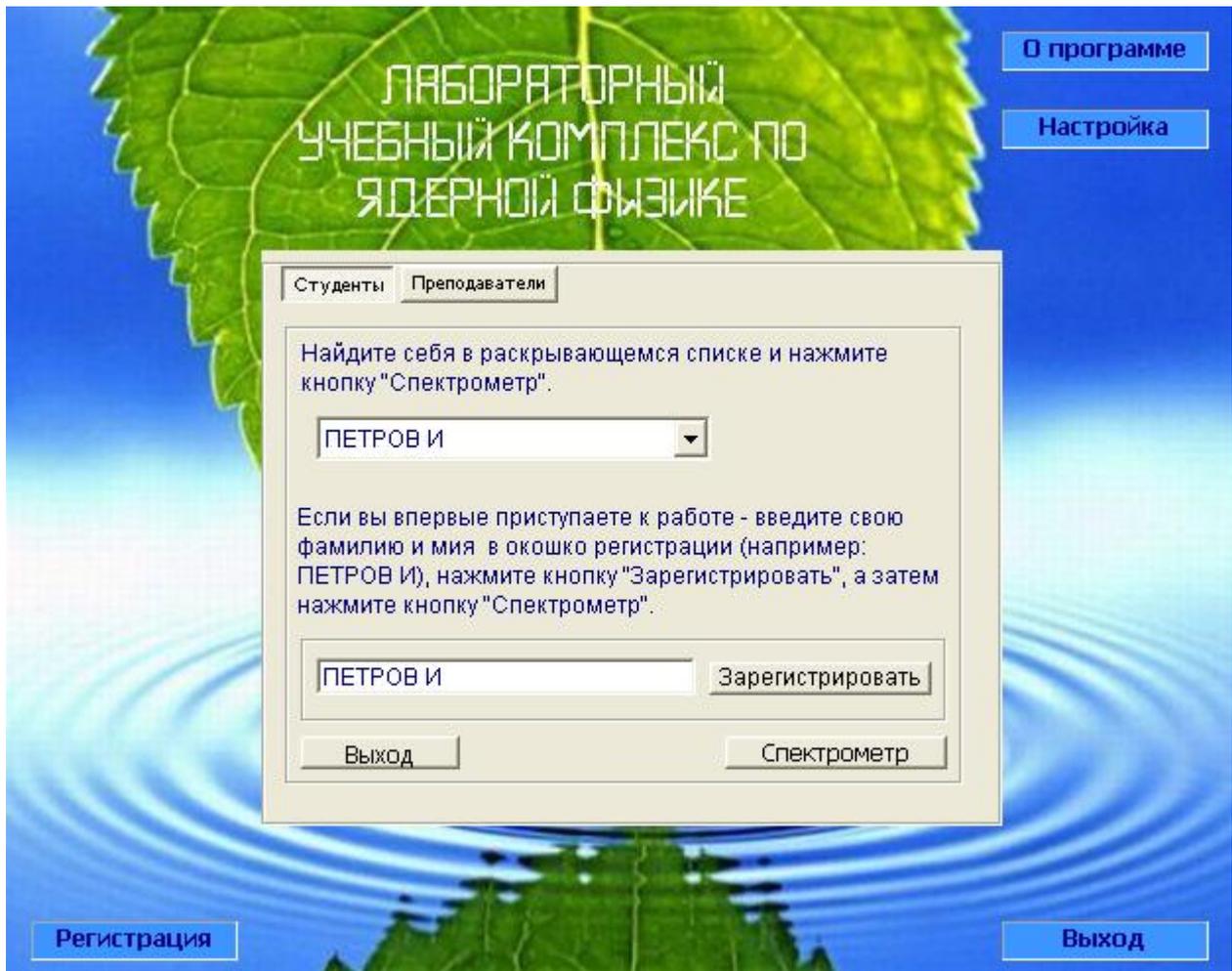
1. Запуск программы



Запустить программу SPECTR можно двойным нажатием на ее иконку на Рабочем столе или воспользовавшись меню Пуск. После вызова программы на экране монитора появится окно приветствия.

2. Регистрация пользователя

Для регистрации на окне приветствия нажмите кнопку **Регистрация**. На панели появится новое окно.



На данном окне доступно две панели – *Студенты* и *Преподаватели* (последним требуется ввод пароля).

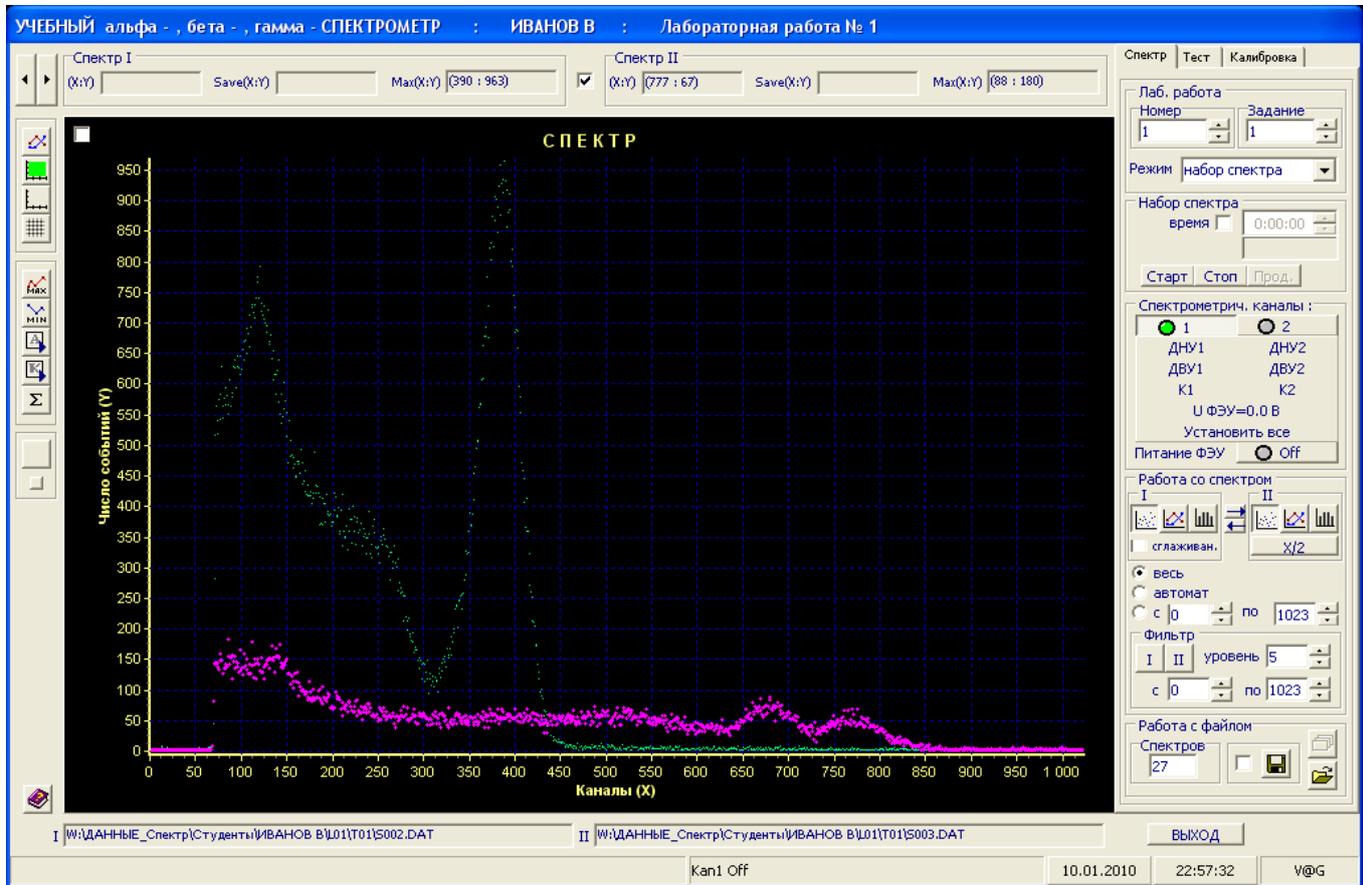
Если вы впервые приступаете к работе, введите свою фамилию в поле регистрации и нажмите кнопку **Зарегистрировать**.

Если вы уже были зарегистрированы, выберите свою фамилию из списка, который появляется в результате щелчка на кнопке раскрывающегося списка.

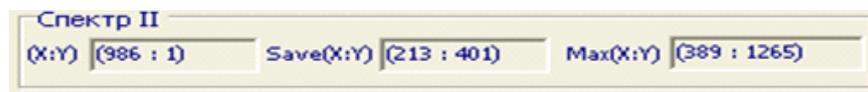
Для начала работы нажмите кнопку **Спектрометр**. Откроется окно **Спектрометр**, на котором будет доступна одна панель *Спектр*. Панели *Тест* и *Калибровка* будут доступны только в режиме *Настройка*.

3. Спектрометр. Главное окно

После регистрации активируется главное окно. Центральную часть занимает окно многоканального спектрометра, на котором можно наблюдать процесс набора спектра.



Положение при перемещении курсора мыши по спектру отображается в окне (X:Y). Значение спектра, соответствующее фиксированному положению курсора отображается в окне *Save (X:Y)*. Максимальное значение спектра отображается в окне *Max (X:Y)*. Значение положения по оси X курсора мыши отображается в единицах «каналов».



Пошаговый просмотр содержимого каналов в окне *Save (X:Y)* осуществляется с помощью кнопки  расположенной в левом верхнем углу формы.

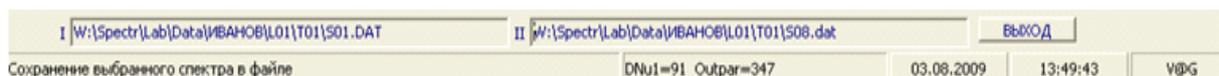
В правой части главного окна на панели *Спектр* расположены панели:

- *Лабораторная работа*
- *Набор спектра*
- *Циклы измерений*
- *Спектрометрические каналы*
- *Работа со спектром*
- *Работа с файлом*

В левой части главного окна расположены панели:

- *Выбор цвета*
- *Математические функции*

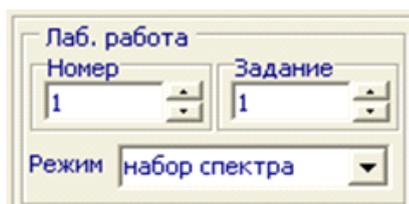
В нижней части главного окна расположены панели отображения информации.



На них отображаются полное имя файла спектров I и II, краткая справка о назначении кнопок, переданная на электронный блок информация, текущие дата и время.

3.1. Начало лабораторной работы. Панель Спектрометрические каналы

На панели *Лабораторная работа* необходимо выбрать номер лабораторной работы и номер задания в ней, которые вы собираетесь выполнять и если требуется установить другой режим.



Затем с помощью панели *Спектрометрические каналы* включить канал 1 (кнопка 1).



Если вы впервые приступаете к работе, то установите нижний **ДНУ1** и верхний **ДВУ1** уровни дискриминатора, *коэффициент усиления К1*, *напряжение ФЭУ* и включите **Питание ФЭУ** (кнопка off), нажмите кнопку **Установить все**.

Если вы решили оставить прежние настройки то также нажмите кнопку **Установить все**, а затем включите **Питание ФЭУ**(кнопка off)..

Для проведения различных экспериментов предусмотрены две панели: *Набор спектра* и *Циклы измерений*.

3.1.1. Установка порога дискриминатора ДНУ

Для установки порога дискриминатора нижнего уровня надо нажать на кнопку **ДНУ1** (или если требуется **ДНУ2**) панели *Спектрометрические каналы*. На мониторе появится окно ввода порога ДНУ.

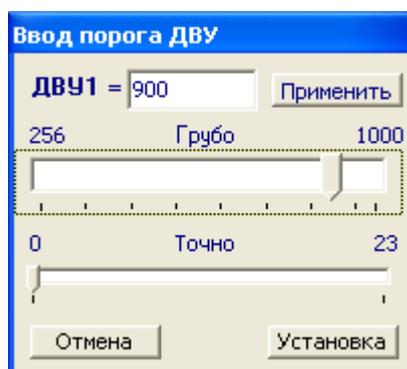


С помощью ползунков (или введя напрямую требуемую величину в окошко) можно установить требуемый уровень порога. Нажав на кнопку **Применить** можно передать изменяемые данные в электронный блок и посмотреть правильность выбора уровня.

- Для завершения установки порога необходимо нажать на кнопку **Установка**.
- Для сохранения прежней настройки необходимо нажать на кнопку **Отмена**.

3.1.2. Установка порога дискриминатора ДВУ

Установка порога дискриминатора верхнего уровня осуществляется аналогично *Установки порога дискриминатора ДНУ*.



3.1.3. Установка коэффициента усиления

Для установки коэффициента усиления надо нажать на кнопку **K1** (или если требуется **K2**) панели *Спектрометрические каналы*. На мониторе появится окно ввода коэффициента усиления.



С помощью ползунков можно установить требуемый коэффициент усиления. Величина коэффициента усиления равна произведению множителя на значение. Нажав на кнопку **Применить** можно передать изменяемые данные в электронный блок и посмотреть правильность выбора коэффициента усиления.

В окне также имеется флажок управления предварительным усилителем. Усилитель включается установлением флажка, а отключается сбрасыванием флажка.



- Для завершения установки коэффициент усиления необходимо нажать на кнопку **Установка**.
- Для сохранения прежней настройки необходимо нажать на кнопку **Отмена**.

3.1.4. Установка напряжения ФЭУ

Для установки напряжения ФЭУ необходимо нажать на кнопку **Напряжение ФЭУ** панели *Спектрометрические каналы*. На мониторе появится окно ввода напряжения ФЭУ.



С помощью ползунков можно установить требуемое напряжение на ФЭУ. Нажав на кнопку **Применить** можно передать изменяемые данные в электронный блок и посмотреть правильность выбора напряжения ФЭУ.

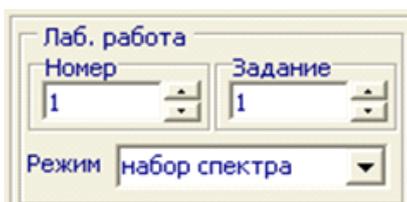
- Для завершения установки напряжения ФЭУ необходимо нажать на кнопку **Установка**.
- Для сохранения прежней настройки необходимо нажать на кнопку **Отмена**.

3.2. Панель Лабораторная работа

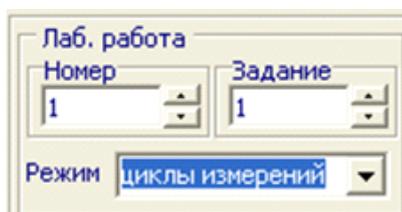
Панель *Лабораторная работа* выполняет следующие функции:

- выбор номера лабораторной работы,

- выбор номера задания,
- установка режима работы спектрометра.

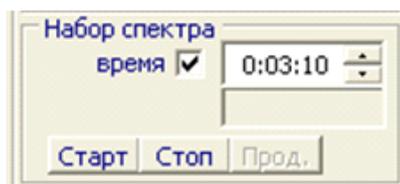


Выбор номера лабораторной работы и задания осуществляются с помощью соответствующих окон панели. Режим определяется заданием на лабораторную работу - это может быть изучение спектра (выбрать «набор спектра»), получение статистических данных (выбрать «циклы измерений»).

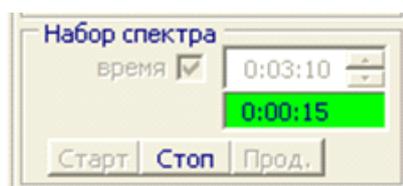


3.3. Панель Набор Спектра

Панель *Набор спектра* позволяет накапливать спектр с фиксированным и произвольным временем измерения. Для ограничения времени набора спектра необходимо в окошке *время* установить флажок, после чего установить требуемое предельное время набора спектра.



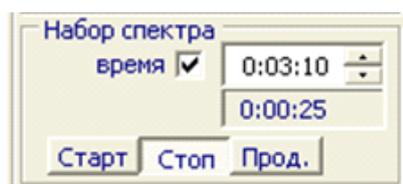
После нажатия кнопки **Старт** начинается набор спектра. Время, прошедшее с начала набора спектра отображается в окне панели, а накапливаемый спектр в главном окне спектрометра.



Имя нового файла с данными (который по завершению набора спектра требуется сохранить) отображается в окне имени файла I.



Остановить набор спектра можно с помощью кнопки **Стоп**. По достижении предельного времени процесс набора спектра остановится автоматически.

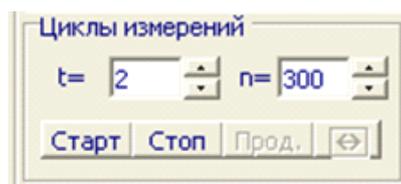


После остановки набора спектра можно изменить настройки (если требуется) а затем начать новый набор спектра или продолжить прежний набор с помощью кнопки **Прод.**

Накопленные данные, а также график можно сохранить на диске (или флэш-памяти) в файле с помощью панели *Работа с файлом*.

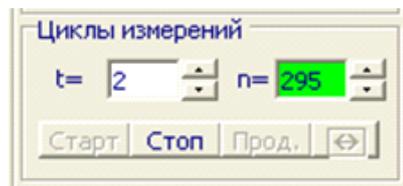
3.4. Панель Циклы измерений

Панель *Циклы измерений* предназначена для проведения статистических экспериментов.

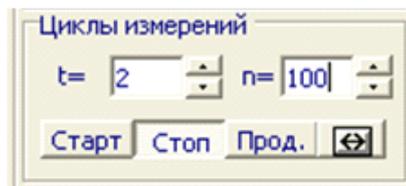


Сначала необходимо выбрать длительность одного цикла в секундах и число циклов измерений. После нажатия кнопки **Старт**

начинается процесс накопления данных. Число оставшихся циклов измерений отображается в окне панели, а накапливаемые данные в главном окне спектрометра.



Остановить набор данных можно с помощью кнопки **Стоп**. По завершению циклов измерений процесс остановится автоматически.



После остановки процесса можно изменить настройки (если требуется) а затем начать новый процесс или продолжить прежний с помощью кнопки **Прод.** (можно предварительно увеличить число циклов измерений на требуемую величину).

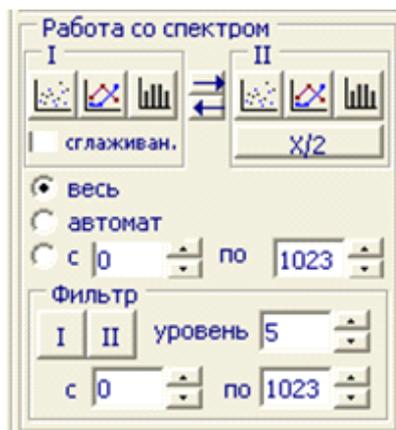
Кнопка  (если она видима) служит для преобразования накопленных данных в результирующий массив.

Исходные данные можно сохранить на диске (или флэш-памяти) в файле с помощью панели *Работа с файлом*.



3.5. Панель Работа со спектром

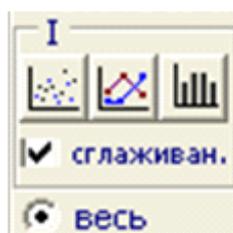
Панель *Работа со спектром* позволяет визуально наблюдать получаемые данные в одном из трех видов (точечный график, линейный график, гистограмма). При этом можно наблюдать *весь диапазон* графика, выделенный диапазон или его информационную часть (*автомат*).



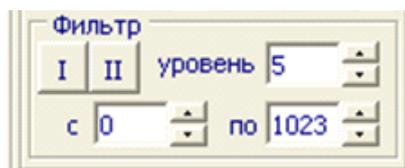
На панели имеются также кнопки копирования массива данных спектра I в массив данных спектра II и наоборот().

Кнопка  предназначена для уменьшения числа каналов путем суммирования данных соседних каналов. После ее нажатия число каналов спектра II уменьшится в два раза (вместо 1024 станет 512). При повторном нажатии еще в два раза и так далее. Это позволяет рассматривать отдельные спектры при меньшем разрешении.

Флажок сглаживания предназначен для сглаживания поступающих данных в процессе набора. Данный режим работает только когда осуществляется вывод всего поступающего спектра (при выводе выделенного диапазона или его информационной части режим не работает).



На панели имеется управляемый цифровой фильтр спектров I и II, с помощью которого можно фильтровать сигналы от шума.



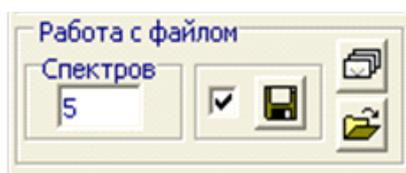
В фильтре имеются выбор диапазона действия и регулировка уровня. Поскольку каждый спектр может иметь свой уровень шума, надо подобрать минимальный *уровень* фильтрации, при котором пропадает шум в спектре. Диапазон действия фильтра можно изменять, если в этом будет необходимость.

Отфильтрованный сигнал спектра, а также его график можно сохранить в файле на диске (или флэш-памяти) с помощью панели *Работа с файлом*.

3.6. Панель Работа с файлом

Панель *Работа с файлом* выполняет следующие функции:

- открытие файла,
- сохранение файлов.



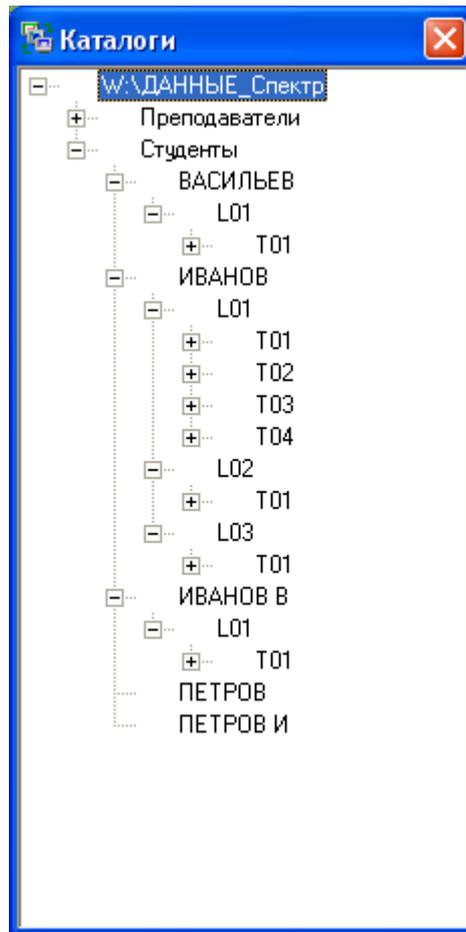
Открытие файла осуществляется с помощью стандартного диалога.

Сохранение файлов осуществляется с помощью стандартного диалога:

- всегда сохраняется файл с исходными данными,
- если нажата кнопка фильтра (панель *Работа со спектром*) - сохраняется и файл с отфильтрованными данными,
- если в окне сохранения установить флажок - сохраняется и сам график.

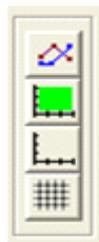
Число сохраненных спектров в папке задания изменяется автоматически.

Кнопка  предназначена для просмотра файловой системы преподавателем.



3.7. Панель Выбор цвета

Панель *Выбор цвета* позволяет выбирать отдельный цвет для каждого из графиков, цвет фона, цвет осей с подписями, цвет сетки.



Выбор цвета осуществляется с помощью стандартного диалога.

3.8. Панель Математические функции

Панель *Математические функции* позволяет выполнить следующие функции предварительной обработки спектра: максимум, минимум, среднее арифметическое значение, дисперсию, интегральное число импульсов.



Значение математической операции высвечивается во всплывающем окне в правом верхнем углу спектра. При повторном нажатии на кнопку всплывающее окно закрывается.

II: Sum(255,355)= 6439

Диапазон действия математической функции (указанный в скобках) можно установить двумя способами:

- Включить требуемую математическую функцию и щелкнуть мышкой на спектре один раз по началу диапазона и дважды по концу диапазона. Новый диапазон будет отображен в круглых скобках математической функции (начало , конец).
- С помощью кнопки  выбрать в окне *Save(X:Y)* начало диапазона и щелкнуть по окну мышкой один раз, а затем выбрать конец диапазона и дважды щелкнуть мышкой.



Допускается комбинирование этих методов. Выделенный диапазон спектра можно посмотреть более подробно, переключив панель *Работа со спектром* в режим просмотра выделенного диапазона.

3.9. Дополнительные возможности



Кнопки  позволяют изменять (увеличивать или уменьшать) размер формы на 10%.



Панель  позволяет в режиме настройки изменять вид выводимого спектра (линейный или логарифмический).

В верхнем левом углу окна многоканального спектрометра расположен элемент управления шкалой выводимых данных (). При его установке, вывод данных осуществляется с фиксированной шкалой до достижения максимума, после чего вывод переключается на автоматический. При повторной установке вывод снова будет вестись с фиксированной шкалой, но уже в новом диапазоне.



Флажок управления видом панели *Спектр*,  расположенный в верхней части панели позволяет скрывать несколько элементов и кнопок панелей *Лабораторная работа*, *Спектрометрические каналы*, *Работа со спектром*, *Работа с файлом и др.*

Двойным нажатием по освободившемуся месту можно выборочно вернуть исчезнувший элемент управления.



4. Порядок работы с программой

1. Запустите программу спектрометра.
2. Зарегистрируйте себя на панели *Регистрация* (2) и нажмите на кнопку **Спектрометр**.

3. Выберите номер выполняемой лабораторной работы и номер задания в ней (панель *Лабораторная работа* 3.1) и если требуется, измените режим.
4. Включите канал 1, проверьте правильность установки параметров и затем нажмите на кнопку **Установить все** (панель *Спектрометрические каналы* 3.1).
5. Включите **питание ФЭУ** (панель *Спектрометрические каналы* 3.1).
6. Для начала набора спектра можно нажать на кнопку **Старт** панели *Набор спектра* 3.3 (*Циклы измерений* 3.4), либо предварительно установить предельное время набора спектра, а затем нажать на кнопку **Старт**.
7. По окончании предельного времени набора спектра процесс набора спектра остановится. Для досрочного прекращения набора спектра нажмите кнопку **Стоп** панели *Набор спектра* 3.3 (*Циклы измерений* 3.4).
8. Нажмите на панели *Работа с файлом* (3.6) кнопку  [Запись спектра в файл]. Запишите файл под сформированным именем.
9. Для перехода к выполнению следующего задания увеличьте номер задания на 1 (панель *Лабораторная работа* 3.1).
10. Для перехода к выполнению следующей лабораторной работы увеличьте номер лабораторной работы на 1 (панель *Лабораторная работа* 3.1).
11. Для завершения работы приложения нажмите на кнопку **Выход** главного окна и окна приветствия.

ГЕОМЕТРИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Геометрия типичного эксперимента задается конструкцией детектирующего блока и показана на рис. 3 для случая регистрации γ -излучения. В случае регистрации β - и α -излучений меняется только вид головки, в которой располагается источник.

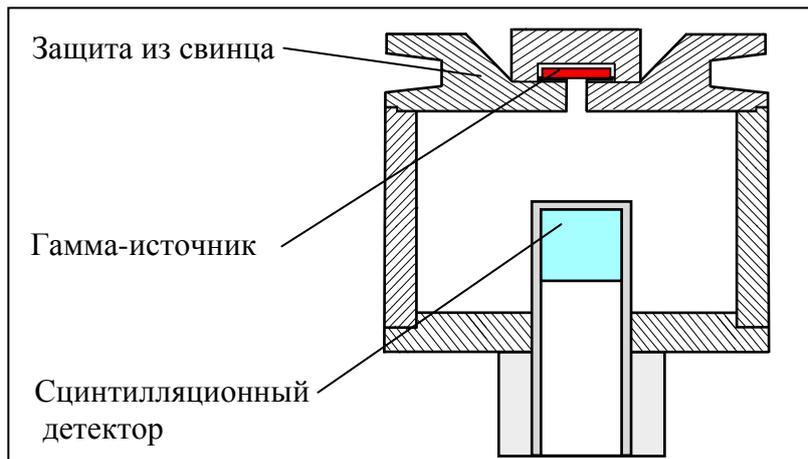


Рис. 3. Геометрия эксперимента

ТЕХНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛАБОРАТОРНОГО КОМПЛЕКСА

1. Напряжение питания ФЭУ изменяется от 100 до 1000 В.
2. Стабильность напряжения питания ФЭУ после 20-минутного прогрева не более 0,05 % за 5 ч непрерывной работы установки.
3. Допустимый ток нагрузки источника питания ФЭУ не менее 5 мА.
4. Входное сопротивление основного усилителя 15 кОм.
5. Коэффициент усиления усилителя изменяется от 1 до 100 плавно и ступенчато.
6. Диапазон преобразуемых сигналов 0–10 В.
7. Полярность сигналов произвольная. Полярность сигнала задается программно в опции установки коэффициента усиления усилителя. Одна из возможных ошибок в работе спектрометра связана с установкой полярности!
8. Фронт нарастания сигналов не менее 0,3 мкс.
9. Максимальная длительность сигналов 20 мкс.
10. Время преобразования и передачи данных в ЭВМ с учетом схемы блокировки 30 мкс.
11. Количество каналов 1024.
12. Дифференциальная нелинейность не хуже ± 1 %.
13. Интегральная нелинейность не хуже 0,1 %.
14. Стабильность положения фотопика в γ -измерениях при изменении загрузки в 10 раз не хуже 1 %.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОГРАММЫ MATHCAD ДЛЯ ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Для обработки данных, полученных при выполнении лабораторных работ по ядерной физике, предлагается использовать программное обеспечение Mathcad. Эта система ориентирована на научных работников и предназначена для автоматизации сложных расчетов, построения графиков и обработки экспериментальных данных.

Вход в систему Mathcad осуществляется нажатием значка «Mathcad» на рабочем столе или через Пуск – Программы MathSoftApps – Mathcad. Сразу после запуска система готова к работе, т. е. можно создавать новый документ.

В первой строке, выделенной синим цветом, расположено название документа. Вторая строка содержит команды главного меню. В третьей строке располагаются кнопки управления с пиктограммами, которые дублируют важнейшие операции главного меню. В четвертой строке находится панель форматирования, которая не отличается от стандартной строки в текстовом редакторе Word. На экран компьютера можно вывести также панель задания математических символов. На ней расположены кнопки, нажатие которых выводит в окно редактирования шаблоны математических знаков (знаков арифметических операций, матриц и т. д.).

Фактически Mathcad соединяет в себе три редактора: текстовый, графический и формульный.

Для ввода формул нужно установить курсор в любом свободном месте окна редактирования и набрать блок формул.

С помощью текстового редактора набираются комментарии к формулам и графикам. Для ввода текста сначала вводится символ «‘» (клавиша «одиночная кавычка»), а затем текст.

Редактирование документов осуществляется стандартными функциями и действиями, общепринятыми для текстовых редакторов.

Справочная система в Mathcad вызывается нажатием клавиши «F1» на клавиатуре или знака «?» в конце панели инструментов. В центр ресурсов входят различные комментарии и шпаргалки с множеством простых примеров на применение возможностей Mathcad при научно-технических и математических расчетах.

Ввод и определение параметров, функций и массивов данных

Алфавит системы Mathcad содержит строчные и прописные латинские и греческие буквы, арабские цифры от 0 до 9, операторы, имена встроенных функций, строчные и прописные буквы кириллицы (Arial Cyr.).

Для присвоения значений константам или переменным, а также для определения выражений функций в Mathcad используется символ « := », который вводится нажатием клавиши « : » (двоеточие), например:

$$a := 10, f(x) := x + 3.$$

Символ (=) используется для вывода значений переменных или констант.

В эксперименте часто исследуется такая величина, как функция переменной, принимающей ряд значений в определенном интервале. Такие переменные в Mathcad называются ранжированными и вводятся в виде

$$Name := N, N + step..M,$$

где *Name* – имя переменной; *N* – ее начальное значение; *step* – шаг изменения переменной плюс ее начальное значение; символ «..» указывает на изменение переменной в данных пределах и набирается клавишей «;» (точка с запятой); *M* – конечное значение. Например,

$$x := -1, -1 + 0.5..1.$$

Это значит, что переменная принимает следующие значения: $-1, -0.5, 0, 0.5, 1$.

Если шаг изменения равен 1, значение шага можно опустить. Например, $I := 0..5$ означает, что *I* принимает значения от 0 до 5 через 1, т. е. 0, 1, 2, 3, 4, 5.

Для ввода массива данных используется шаблон, выводимый на экран нажатием кнопки из панели математических символов или из меню, открывающегося при нажатии кнопки «Insert». В открывшемся окне следует задать числа строк и столбцов в матрице. Затем в сформированный шаблон заносятся значения элементов матрицы.

Если некоторая величина *VY* принимает ряд значений, ее удобно задать (ввести) в виде вектора, т. е. массива (матрицы), имеющей 1 столбец и *N* строк, где *N* – число возможных значений:

$$VY := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Элементами массива могут быть как числа, так и функции:

$$VX := \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \end{bmatrix}.$$

Значения элементов вектора выводятся как $VX_i =$, где i – номер элемента в столбце матрицы. Область изменения переменной i должна быть определена заранее ранжированной переменной ($i := 0..2$). Необходимо отметить, что начало отсчета номеров элемента (индекса) вектора задается системной переменной ORIGIN.

По умолчанию ORIGIN = 0, поэтому отсчет элементов вектора происходит 0, 1, 2 и т. д. При необходимости начало отсчета можно изменить с помощью операции присвоения системной переменной ORIGIN соответствующего значения. Например, операция ORIGIN := 1 приведет к отсчету элементов вектора с 1, т. е. 1, 2, 3 и т. д.

Для работы с векторными величинами существует ряд встроенных функций:

length(VX) – вычисляет длину вектора;

last(VX) – определяет индекс последнего элемента вектора;

max(VX) – определяет максимальный по значению элемент вектора;

min(VX) – находит минимальный по значению элемент вектора;

mean(VX) – определяет среднее значение элементов вектора.

С векторными величинами разрешены все операции: сложение, вычитание, умножение вектора на скаляр, скалярное умножение двух векторов (математический знак умножения вводится нажатием клавиши «*»). То же относится и к матрицам

$$M := \begin{bmatrix} 10 & 15 \\ x+1 & x^2 \\ 11 & x^2 + 4 \end{bmatrix}.$$

Значения элементов вектора выводятся как $V_i = \dots$, а матрицы $V_{i,j}$, где i, j – номера элементов, задаваемые ранжированными переменными до вывода вектора (матрицы).

Для удобства ввода арифметических операторов в Mathcad предусмотрены специальные палитры-меню, которые могут быть

выведены на дисплей последовательным нажатием кнопок – «View», «Toolbars», «Math».

При нажатии кнопки с изображением той или иной операции на экране появляется шаблон, куда нужно ввести значения или операторы.

Представление данных в виде вектора, матрицы или обычной функции от некоторой переменной

В используемом комплексе измеряемый спектр записывается программой «Спектр» в виде вектора, элементы которого являются числом импульсов (частиц), зарегистрированных в данном канале спектрометра. Каналы расположены по возрастанию и представляются ранжированной переменной, а число элементов вектора, очевидно, соответствует числу каналов записанного спектра. В процессе обработки экспериментальных спектров спектр из векторной величины удобно преобразовать в обычную функцию числа импульсов от номера канала. В этом случае вначале надо ввести номер канала как ранжированную переменную, т. е. $i := 0.. N_{\text{макс}}$, где $N_{\text{макс}}$ – максимальное значение номера канала экспериментального спектра, тогда операция

$$NCs(i) := NCs_i$$

переводит векторную величину NCs , описывающую спектр, в обычную функцию $NCs(i)$. Возможен и обратный переход, например:

$$NCs_i := NCs(i).$$

Если вводимые данные представлены не в виде вектора, а в виде матрицы, имеющей 2 столбца или более, то переход к векторному представлению данных осуществляется использованием шаблона $M^{<>}$ математической палитры. Например, если спектр записан в виде матрицы

$$SP := \begin{pmatrix} 1 & 25 \\ 2 & 45 \\ 3 & 128 \\ 4 & 76 \end{pmatrix},$$

где в первом столбце содержатся номера каналов, а во втором – число импульсов в этих каналах, то номера каналов и число импульсов можно представить отдельно в виде векторов:

$$VN := SP^{<0>}, \quad VP := SP^{<1>}.$$

Если от матричного представления требуется перейти к обычной функциональной зависимости, необходимо ввести следующие обозначения:

$$i := 0..3, \quad VN(i) := SP_{i,1}.$$

Ввод данных из файла

При проведении измерений экспериментальный спектр записывается в определенный файл, имя которому студент должен присвоить сам. Необходимо помнить, что спектр в файле записан в виде векторной величины, а номер канала в этом случае должен задаваться ранжированной переменной.

Для того чтобы ввести экспериментальный спектр в документ Mathcad для последующей обработки, необходимо выполнить следующие операции.

1. Открыть меню «Insert».
2. Нажать кнопку «Component».
3. Выбрать в окне опцию «File Read and Write».
4. Нажать кнопку «Next», выбрать «Read from File» – «Далее» – «Browse».
5. Выбрать необходимый файл из списка, открыть файл и нажать кнопку «Готово». (Файл расположен на диске «Е», директория «Spectr» – «Data» – зарегистрированная фамилия – номер работы – номер задания – номер спектра.)
6. Присвоить название переменной, которую определяют данные из выбранного файла. Например:

$$Cs := \text{[файл значок]} \\ C:\ira\Cs1.x .$$

Для того чтобы просмотреть данные из файла в явном виде, достаточно использовать операцию «= .» т. е. $Cs = .$

Работа с графиками

Введение шаблона двумерного графика осуществляется одновременным нажатием кнопок «Shift+@» или через подменю «Format», строкой «Graph», а затем кнопкой «X-Y Plot».

Для изменения формата уже построенного графика необходимо выделить его, щелкнув 2 раза мышью по графику. Выделенный график

обводится сплошной линией с маркерами его растяжения. В результате появится окно меню с кнопками:

- «X-Y Axes» (X-Y Оси) – управление опциями осей;
- «Traces» (Графики) – управление линиями графика;
- «Labels» (Надписи) – управление метками (надписями) у осей;
- «Defaults» (По умолчанию) – задание опций по умолчанию.

В панели «X-Y Axes» содержатся следующие основные опции, относящиеся к осям X и Y («X-Axis» и «Y-Axis»):

- «Log Scale» (Логарифмический масштаб) – установка логарифмического масштаба;
- «Grid Lines» (Линии сетки) – установка линий масштабной сетки;
- «Numbered» (Пронумеровать) – установка цифровых данных по осям;
- «Autoscale» (Автомасштаб) – автоматическое масштабирование графика;
- «Show Markers» (Нанести риски) – установка делений по осям;
- «Auto Grid» (Автосетка) – автоматическая установка масштабных линий;
- «No. of Grids» (Число интервалов) – установка заданного числа масштабных линий.

Следующая панель «Traces» служит для управления отображением линий, которыми строится график. С помощью опций этой панели можно управлять следующими параметрами линий графика:

- «Label» (Имя кривой) – указание типа линий у оси ординат;
- «Symbol» (Маркер) – выбор символа, который помещается на линию;
- «Line» (Линия) – установка типа линий (сплошная, пунктирная и др.);
- «Color» (Цвет) – цвет линий;
- «Type» (Тип) – тип графиков;
- «Weight» (Толщина) – толщина линий.

Важное значение имеет опция «Type» (Тип), с помощью которой задается тип графика:

- «lines» (линия) – построение линиями;
- «points» (точки) – построение точками;
- «err» (интервалы) – построение вертикальными черточками с оценкой интервала погрешностей;
- «bar» (столбец) – построение в виде столбцов гистограмм;
- «step» (ступенька) – построение ступенчатой линией;
- «draw» (протяжка) – построение протяжкой от точки до точки;
- «stem» (столбик) – удобно для построения гистограмм столбиками.

Панель меток «Labels» (Надписи) позволяет вводить в рисунок дополнительные надписи. Эта панель появляется, если уже создан текущий график. Для установки надписей служат небольшие окошки:

- «Title» (Заголовок) – установка титульной надписи к рисунку;

«X-Axis» (*X*-ось) – установка надписи по оси *X*;

«Y-Axis» (*Y*-ось) – установка надписи по оси *Y*.

В разделе «Title» содержатся опции «Above» (Сверху) и «Below» (Снизу) для установки титульной надписи либо над рисунком, либо под ним. Опция «Show Title» (Показать заголовок) позволяет включать или выключать отображение титульной надписи.

Возможность работы с «2D-графиками» появляется при нажатии правой клавиши мыши в поле графика. Применение специального графического маркера в виде двух перекрещивающихся пунктирных линий возможно при выполнении операции «Trace».

При выключенной опции «Track Data Points» (перемещение по точкам данных) маркер свободно перемещается по графику. При этом его координаты отображаются в окне этой опции. Поместив маркер на какую-либо интересную точку графика, можно примерно определить ее координаты. Однако вручную трудно точно совместить маркер с выбранной точкой графика. Поэтому предусмотрен режим слежения за кривой графика. Он реализуется включением опции «Track Data Points». При этом перемещение маркера происходит по кривой графика и можно легко установить его точно на любую точку этой кривой.

Перемещением мыши с нажатой левой клавишей можно выделить определенную часть графика. При этом минимальная и максимальная координаты по осям *X* и *Y* отображаются в окне данной операции. После этого можно реализовать три варианта просмотра:

«Zoom» (Увеличение) – просмотр вырезанного участка;

«Unzoom» (Отмена увеличения) – отмена просмотра вырезанного участка;

«Full View» (Полный обзор) – полный просмотр нажатием правой клавиши мыши.

Графики с отложенными ошибками

График с отложенными ошибками отличается от обычных графиков тем, что требуется задание последовательности данных, представляющих соответствующие значения ошибок непосредственно вектором или формулой расчета ошибок. Для статистических ошибок измерения числа отсчетов K , распределенных согласно распределению Пуассона, абсолютная ошибка равна $K \pm \sqrt{K}$.

Пример. Пусть некоторый вектор M представляет собой совокупность экспериментальных точек (например, спектр), а i – ранжированная переменная:

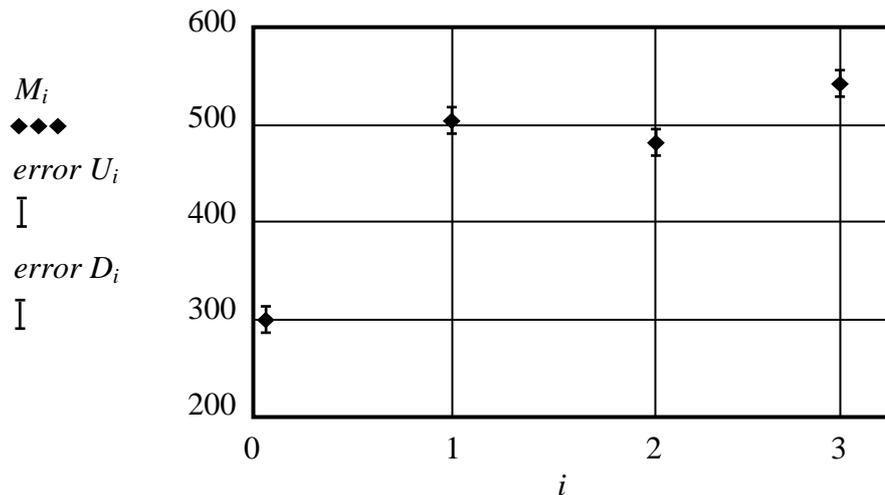


Рис. 4. График с отложенными ошибками

$$M := \begin{pmatrix} 301 \\ 502 \\ 485 \\ 547 \end{pmatrix},$$

$$i := 0..3,$$

$$errorU_i := M_i + \sqrt{M_i},$$

$$errorD_i := M_i - \sqrt{M_i}.$$

На график (рис. 4) наносятся все три числовые последовательности.

Создание таблицы

Экспериментальные данные часто удобно представлять в виде таблицы. Наиболее подходящей в этом случае является таблица типа Excel.

Для создания такой таблицы нужно войти в программу Mathcad, установить курсор в предполагаемом месте расположения таблицы, открыть меню «Insert» (Вставка) и выбрать команду «Component» (Компоненты). В открывшемся диалоговом окне «Component Wizard» (Меню компонентов) выделить имя компонента Excel и щелкнуть по кнопке «Next» (Далее). В появившемся окне «Excel Setup Wizard» установить точку напротив надписи «Create an empty Excel work sheet», щелкнуть по кнопке «Далее». Во вновь появившемся окне «Excel Setup Wizard» указать формат создаваемой таблицы (число столбцов и строк).

Пример. Необходимо создать таблицу с числом столбцов, равным 3, и числом строк, равным 5. В таком случае это окно заполняется следующим образом:

Excel Setup Wizard

Inputs

Inputs	Starting cell

Outputs

Output	Range
0	A2:A6
1	B2:B6
2	C2:C6

Первая строка у всех столбцов оставлена свободной для надписей.

После нажатия на клавишу «Готово» на экране монитора появляется не заполненная данными таблица. Пустые места в скобке над таблицей заполнить именами переменных (в нашем примере пусть это будут N, x, B).

$$\begin{pmatrix} N \\ x \\ B \end{pmatrix} :=$$

Выделить полученную таблицу двойным нажатием левой клавиши мыши; в этом случае она приобретает вид таблицы Excel, имеет полосу прокрутки и обведена пунктирной линией с маркерами растяжки. Ввести данные, выделяя каждый раз нужную ячейку таблицы; для удобства озаглавить столбцы таблицы, указав те же имена переменных в первой строке каждого столбца, что и в скобке. При нажатии правой клавиши мыши появляется окно-меню, с помощью которого можно оформить

таблицу, скрыть имена переменных, указанные в скобках, или скопировать данные в таблицу из других файлов. Снять выделение. Таблица готова.

Номер спектра N	Толщина поглотителя x	B
S001	0	1
S002	0,19	0,82
S003	0,38	0,67
S004	0,57	0,56
S005	0,76	0,45

Определение интегрального числа частиц, зарегистрированных детектором

Так как результатом измерений является спектр, который записывается в виде вектора, задача определения интегрального числа частиц (импульсов) сводится в этом случае к суммированию элементов вектора, задающего наблюдаемый спектр. Для выполнения операции суммирования можно воспользоваться кнопкой с изображением « ΣV » панели «Matrix» или одновременным нажатием кнопок «Ctrl» и «4». Например, если VY – векторная переменная, введенная файлом, то искомое интегральное число

$$SVY := \Sigma VY, \quad SVY = .$$

Если требуется провести суммирование по определенному интервалу каналов, необходимо использовать шаблон суммы в палитре «Integral» (под знаком суммы записываются элементы вектора V_i или элементы функции $V(i)$) и указать пределы суммирования. Максимальное значение числа импульсов можно найти оператором $\max(VY)$, а затем, используя «Trace», определить положение канала, соответствующего максимальной интенсивности, и каналы, в которых интенсивность счета равна половине ее максимального значения.

Операцию суммирования числа зарегистрированных частиц в выбранном интервале спектра можно осуществить непосредственно в программе «Спектр», используя кнопку «4» меню «F». Границы области суммирования в спектре задаются положением маркеров.

Аппроксимация пика нормальным распределением

После ввода файла с базой данных измеренного спектра и определения его в виде векторной переменной (например, $Cs := \text{название файла}$) нарисовать на графике спектр, введя ранжированную

переменную, обозначающую номер канала спектра. Визуально определить положение пика и ширину пика на полувысоте.

Обозначим i – номер канала спектра, который изменяется от 0 до i_{\max} через 1. Если хотите, чтобы номера каналов начинались с единицы, необходимо ввести системную переменную $\text{ORIGIN} := 1$.

1. Выделим область аппроксимации фотопика и обозначим граничные каналы KL и KR , соответственно минимальный (левый) и максимальный (правый) каналы области. Рекомендуется, чтобы KL и KR соответствовали значениям кривой фотопика примерно 0.1–0.2 его высоты. Выбор KL и KR зависит от формы конкретного экспериментального спектра. Часто левая сторона спектрального пика искажается, например в силу перекрытия с другой частью спектра. В таком случае рекомендуется не включать искаженный участок в область аппроксимации.

Итак, определим:

$KL :=$ значение минимального канала; $KR :=$ значение максимального канала.

В результате ранжированная переменная, определяющая каналы в выделенном интервале, будет меняться следующим образом:

$$k := KL .. KR.$$

2. Перейдем от векторной переменной, которая определяется файлом, к представлению спектра в виде обычной функции от переменной k , т. е.

$$N(k) := Cs_k.$$

3. Аппроксимацию предлагается делать с помощью встроенной функции Minimize , которая минимизирует сумму квадратов разницы исследуемой функции и нормального распределения, подбирая неизвестные параметры нормального распределения.

Известно, что нормальное распределение, задаваемое в Mathcad встроенной функции $\text{dnorm}(k, M, S)$, зависит от двух параметров: M – среднее значение и S – дисперсия величины, описываемой нормальным распределением. Так как пик полного поглощения в отличие от нормального распределения не нормирован по площади на 1, введем дополнительный параметр оптимизации – площадь под пиком P , т. е. аппроксимационная функция имеет вид

$$P \cdot \text{dnorm}(k, M, S).$$

4. Определим нулевое приближение для параметров нормального распределения P, M, S .

P – площадь пика, определяемая суммированием по каналам выделенной области пика.

M – канал, соответствующий максимальному значению пика. Определяется значение M визуально из графика.

Для определения начального значения S используем известную для нормального распределения связь между шириной распределения на полувысоте и дисперсией:

$$S := \text{ширина пика на полувысоте} / 2.36 = \Delta k / 2.36,$$

где Δk – ширина пика на полувысоте.

Выбор нулевого приближения для параметров нормального распределения и границ KL и KR можно сделать непосредственно в программе «Спектр» после набора экспериментального спектра, используя функции «0» и «4» меню «F» на дисплее спектрометра.

5. Запишем явный вид функции, которую нужно минимизировать:

$$f(P, M, S) := \sum_{k=KL}^{KR} (N(k) - P \cdot \text{dnorm}(k, M, S))^2.$$

6. Выполним операцию Minimize по указанным параметрам, тем самым определим значения трех параметров P , M , S в нормальном распределении, при которых оно наиболее точно описывает пик полного поглощения.

$$g := \text{Minimize}(f, P, M, S).$$

7. Оптимальные параметры в этом случае выводятся следующим образом:

$$\begin{aligned} P0 &:= g_0 & P0 &= \\ M0 &:= g_1 & M0 &= \\ S0 &:= g_2 & S0 &= \end{aligned}$$

При нажатии $g =$ параметры выводятся в виде вектора.

8. Сама функция, которая, согласно проведенной оптимизации, описывает наилучшим образом экспериментальный пик, записывается следующим образом:

$$f1(i) := P0 \cdot \text{dnorm}(i, M0, S0), \quad i := i_{\min}..i_{\max},$$

где переменная i может изменяться в любом интересующем нас интервале.

Пример. Рассмотрим аппроксимацию нормальным распределением экспериментального амплитудного спектра, показанного на рис. 5

$$Cs := C \setminus \dots Cs.xl, \quad i_{\max} := \text{last}(Cs), \quad i_{\max} = 230, \quad i := 0..230.$$

1. Границы области аппроксимации: $KL := 130$, $KR := 150$.

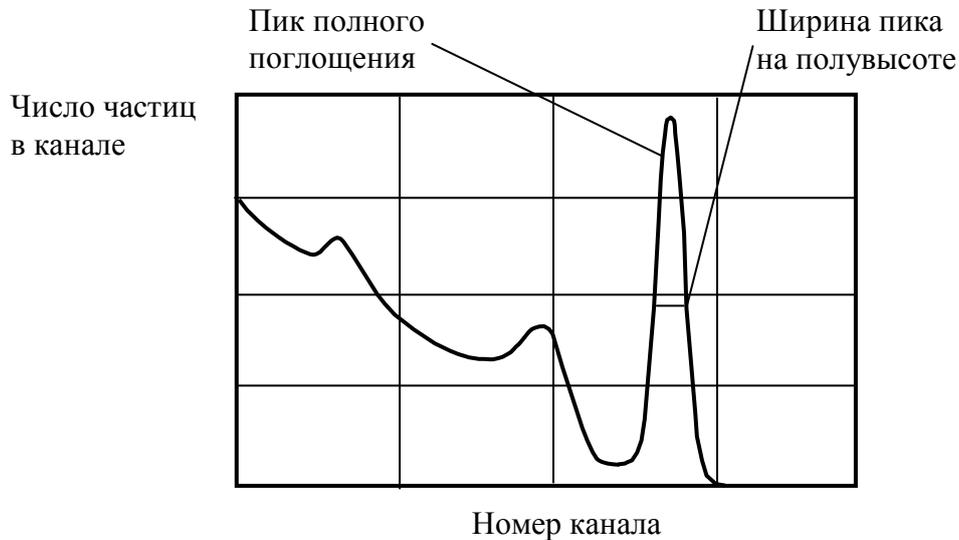


Рис. 5. Амплитудный спектр радиоактивного изотопа Cs-137

2. Определение экспериментальной функции:

$$k := 130..150, N(k) := Cs_k.$$

3. Определение начальных параметров:

$$P := \sum_{k=KL}^{KR} N(k) \text{ – площадь пика;}$$

$S := 10/2.36$ – дисперсия;

$M := 146$ – положение канала, соответствующего максимальной интенсивности.

4. Определение функции, которая будет минимизироваться:

$$f(P, M, S) := \sum_{k=KL}^{KR} (N(k) - P \cdot \text{dnorm}(K, M, S))^2.$$

5. Операция минимизации квадратов разности между экспериментальной функцией и нормальным распределением по трем параметрам – P, M, S :

$$g := \text{Minimize}(f, P, M, S).$$

6. Определение оптимальных значений параметров:

$$P0 := g_0, P0 = 2.3 \cdot 10^4, \quad M0 := g_1, M0 = 145, \quad S0 := g_2, S0 = 4.2.$$

7. Ширина фотопика на полувысоте Δk , соответствующая найденному нормальному распределению, есть

$$\Delta k0 := S0 \cdot 2.36 = 10.$$

Для ответа на вопрос о зависимости значений оптимальных параметров от выбора их начальных значений и граничных значений области оптимизации предлагается проделать следующие операции.

1. Провести все вычисления для измененных значений KL и KR .

2. Подставить найденные при минимизации параметры в качестве их начальных значений и провести операцию Minimize повторно. Сравнить полученные оптимальные значения с первоначальными и убедиться, что изменения параметров незначительны.

Для определения интегрального числа зарегистрированных частиц в спектральный пик, аппроксимированный нормальным распределением, необходимо найти сумму функции $f_1(i)$ по i в интервале $IL := M0 - 3 \cdot S0$, $iR := M0 + 3 \cdot S0$.

Иногда при обработке экспериментальных спектров нормальным распределением операцию Minimize приходится применять несколько раз. Чтобы избежать многократного переписывания всех необходимых операторов, можно поступить следующим образом:

- сформировать 6 векторов или таблицу из экспериментальных данных соответствующих спектрам, левым и правым краям области аппроксимации пиков, положениям максимумов, значениям дисперсий и площадям для каждого пика полного поглощения;
- операцию Minimize применять однократно к выбранному элементу векторов, выделенному ранжированной переменной.

Для изменения обрабатываемого спектра достаточно изменить только значение ранжированной переменной, т. е. номер выбираемого элемента сформированных векторов данных.

Рассмотрим описанную операцию на примере.

Пример. 1. Введем измеренные на эксперименте спектры:

$$Pu1, Pu2, Pu3, Pu4, Pu5, Pu6.$$

2. Введем две ранжированные переменные: j – для перечисления экспериментальных спектров и i – для перечисления номеров каналов в определенном спектре:

$$j := 0..5, \quad i := 0..1023.$$

3. Сформируем векторы SP , KL , KR , M , S и P , число компонентов которых определяется числом спектров. Для выбранного примера $j = 0..5$.

В этом случае, например, M_j определяет канал j -го спектра, соответствующий вершине пика полного поглощения, S_j – дисперсию j -го спектра, которая определяется из ширины пика на полувысоте, P_j – площадь j -го пика в границах, определяемых каналами KL_j и KR_j . Площади пиков лучше рассчитывать отдельно и внести полученные значения в соответствующий вектор P , чтобы избежать переполнения операций в Mathcad. Вектор SP составляется из названий соответствующих спектров. Необходимо быть аккуратными при записи векторов, т. е. j -е элементы всех введенных векторов должны относиться к одному экспериментальному спектру. Согласно рис. 6 введенные векторы для данного примера имеют следующий вид:

$$Pu := \begin{pmatrix} Pu6 \\ Pu5 \\ Pu4 \\ Pu3 \\ Pu2 \\ Pu1 \end{pmatrix}, KL := \begin{pmatrix} 340 \\ 446 \\ 528 \\ 565 \\ 717 \\ 798 \end{pmatrix}, KR := \begin{pmatrix} 517 \\ 633 \\ 713 \\ 780 \\ 946 \\ 1018 \end{pmatrix}, M := \begin{pmatrix} 450 \\ 540 \\ 625 \\ 682 \\ 828 \\ 913 \end{pmatrix}, S := \begin{pmatrix} 18 \\ 20 \\ 22 \\ 26 \\ 29 \\ 30 \end{pmatrix}, P := \begin{pmatrix} 9 \cdot 10^3 \\ 9.4 \cdot 10^3 \\ 10^4 \\ 1.2 \cdot 10^4 \\ 1.3 \cdot 10^4 \\ 1.4 \cdot 10^4 \end{pmatrix}.$$

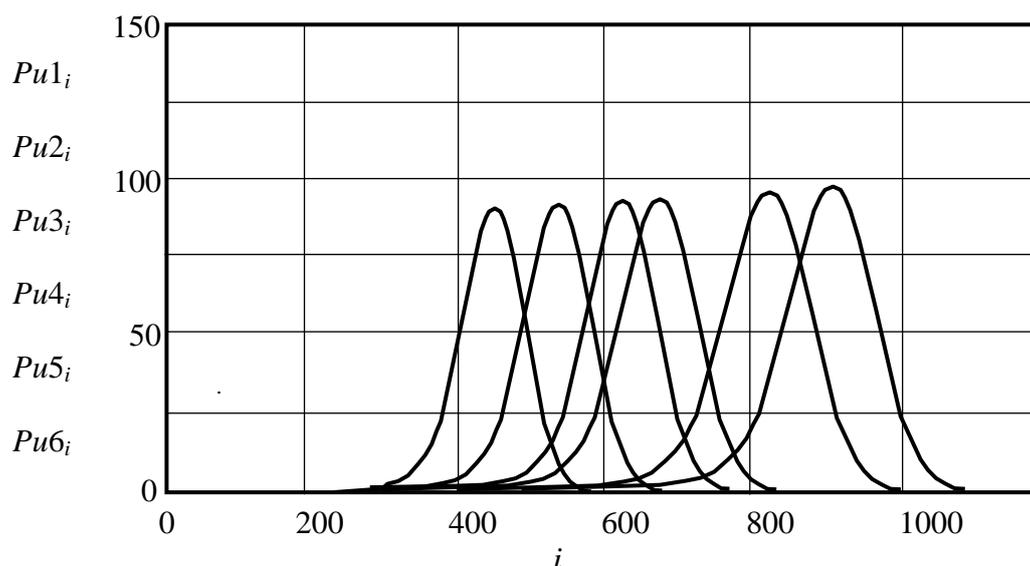


Рис. 6. Спектры плутония при различных расстояниях между источником и детектором

4. Чтобы избежать двойной индексации, при проведении операции Minimize необходимо сделать переобозначения, например:

$$j = 4$$

$$MM := M_j, PP := P_j, a := KL_j, b := KR_j, SS := S_j, PU := Pu_j.$$

5. Теперь можно применять операцию Minimize:

$$f(PP, MM, SS) := \sum_{i=a}^b (PU_i - PP \cdot \text{dnorm}(i, MM, SS))^2,$$

$$g := \text{Minimize}(f, PP, MM, SS),$$

$$g0 := \begin{pmatrix} 9.1 \cdot 10^3 \\ 445 \\ 43 \end{pmatrix}, g1 := \begin{pmatrix} 10^4 \\ 537 \\ 45.5 \end{pmatrix}, g2 := \begin{pmatrix} 1.1 \cdot 10^4 \\ 619 \\ 49 \end{pmatrix},$$

$$g3 := \begin{pmatrix} 1.22 \cdot 10^4 \\ 673 \\ 52 \end{pmatrix}, g4 := \begin{pmatrix} 1.3 \cdot 10^4 \\ 826 \\ 60 \end{pmatrix}, g5 := \begin{pmatrix} 1.4 \cdot 10^4 \\ 902 \\ 63 \end{pmatrix}.$$

Изменяя только значение переменной j , можно сразу получить оптимальные значения нормальных распределений для любого спектра.

Аппроксимация кривой поглощения экспоненциальной функцией

Из теории известно, что кривые поглощения γ -квантов и β -частиц в веществе описываются экспоненциальной функцией, поэтому при обработке экспериментальных данных возникает задача определить экспоненциальную функцию, наиболее корректно описывающую набор экспериментальных точек, представляющих собой значения функции пропускания при различных толщинах поглотителя. Эта задача может быть решена в системе Mathcad с помощью операции $\text{expfit}(vx, vy, vg)$, которая обеспечивает подбор параметров функции $y(x) = a \cdot \exp(bx) + c$, наилучшим образом описывающей совокупность экспериментальных точек. Координаты экспериментальных точек вводятся в виде векторов vx, xv , где vx – значения толщин поглотителя, расположенные по возрастанию, а xv – соответствующие этим толщинам значения функции пропускания. Вектор vg состоит из нулевого приближения параметров a, b, c .

1. Запишем явный вид векторов v_x , v_y , используя шаблон матрицы с 1 столбцом и n строками, где n – число значений экспериментальных точек. Важно отметить, что векторы v_x и v_y должны иметь одинаковое число строк:

$$v_x := \begin{pmatrix} - \\ - \\ - \end{pmatrix}, \quad v_y := \begin{pmatrix} - \\ - \\ - \end{pmatrix}.$$

2. В качестве нулевого приближения для параметра a можно принять значение $a := 1$, так как функция пропускания определяется как

$$B(x) = N(x) / N(0),$$

где $N(x)$ – число частиц, зарегистрированных детектором при толщине поглотителя x , а $N(0)$ – число частиц, регистрируемых детектором при толщине поглотителя $x = 0$.

Нулевое значение b можно оценить из соотношения

$$b := \frac{1}{x_0} \cdot \ln(B(x_0) - c),$$

где x_0 выбирается вблизи толщины половинного ослабления.

Параметр c характеризует фон при больших толщинах поглотителя и равен $c = N(l) / N(0)$, где $N(l)$ – число частиц, прошедших через толстый поглотитель. Величина $N(l)$ выбирается из экспериментального графика.

Таким образом, можно определить матрицу начальных значений в виде

$$v_g := \begin{pmatrix} 1 \\ b \\ c \end{pmatrix}.$$

3. После определения векторов v_x , v_y , v_g применяется операция $\text{expfit}(v_x, v_y, v_g)$, т. е.

$$F := \text{expfit}(v_x, v_y, v_g).$$

4. Искомые оптимальные параметры a_0 , b_0 , c_0 определяются в этом случае как

$$\begin{aligned} a_0 &:= F_0 & a_0 &= \\ b_0 &:= F_1 & b_0 &= \\ c_0 &:= F_2 & c_0 &= . \end{aligned}$$

В результате аппроксимационная функция имеет вид

$$f(x) := a_0 \cdot \exp(b_0 \cdot x) + c_0,$$

а x изменяется в интервале

$$x := \min(vx), \min(vx) + \text{step}.. \max(vx).$$

Найденную функцию необходимо нанести на график экспериментальных точек.

Пример. Найдем экспоненциальную функцию, наилучшим образом описывающую экспериментальную кривую поглощения, представленную на рис. 7.

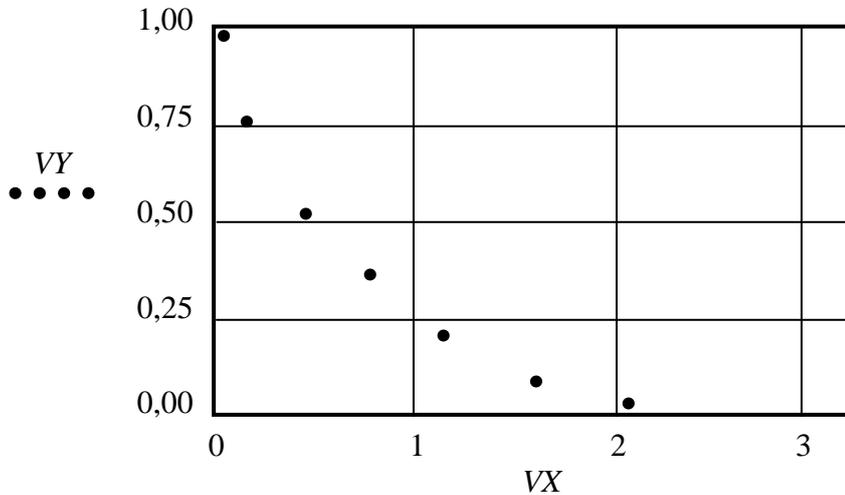


Рис. 7. Экспериментальная функция пропускания

$$VX := \begin{pmatrix} 0 \\ 0.3 \\ 0.6 \\ 0.9 \\ 1.2 \\ 1.5 \\ 1.8 \\ 2.2 \end{pmatrix}, \quad VY := \begin{pmatrix} 1 \\ 0.70 \\ 0.49 \\ 0.34 \\ 0.25 \\ 0.18 \\ 0.12 \\ 0.12 \end{pmatrix}.$$

Определим нулевое приближение:

$$b := \frac{1}{0.6} \ln \left(\frac{0.49 - 0.12}{0.12} \right), \quad vg := \begin{pmatrix} 1 \\ b \\ 0.12 \end{pmatrix}, \quad b = -1.657.$$

Применим оператор аппроксимации:

$$F := \text{expfit}(VX, VY, vg),$$

$$\begin{aligned}
b_0 &:= F_1 & b_0 &= -1.278, \\
a_0 &:= F_0 & a_0 &= 0.963, \\
c_0 &:= F_2 & c_0 &= 0.04, \\
x &:= \min(VX), 0.1 + \min(VX).. \max(VX), \\
f_1(x) &:= a_0 \cdot e^{b_0 \cdot x} + c_0.
\end{aligned}$$

Итак, результат аппроксимации набора экспериментальных точек экспоненциальной функцией $f_1(x)$ с найденными параметрами представим на графике в следующем виде (рис. 8).

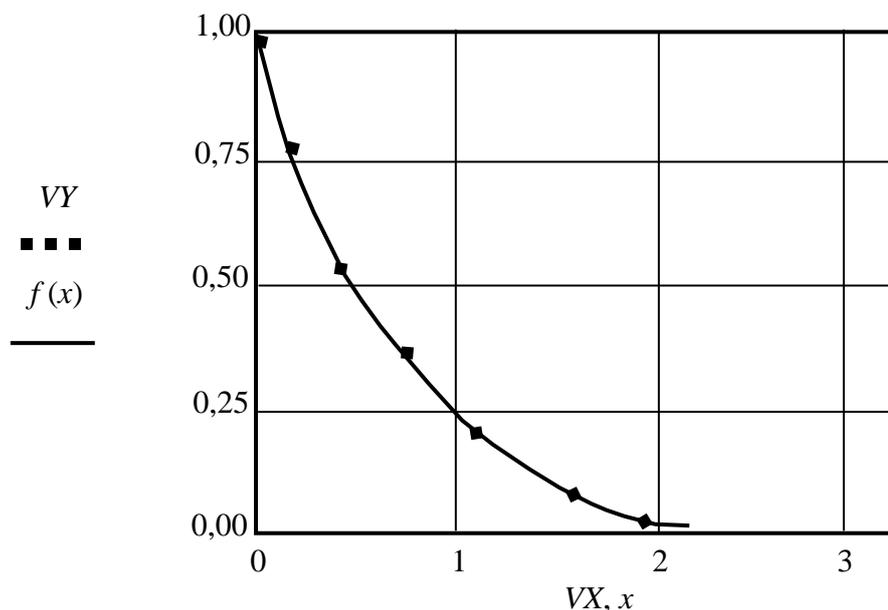


Рис. 8. Экспериментальная функция пропускания VY и аппроксимационная функция $f(i)$

Для оценки чувствительности аппроксимационной экспоненты к выбору начальных условий для параметров a , b , c предлагается повторить операцию `exrfit`, выбирая в качестве нулевого приближения найденные значения a_0 , b_0 , c_0 .

Аппроксимация совокупности экспериментальных точек линейной функцией $y(x) = a \cdot x + b$

Если при проведении эксперимента необходимо построить линейную функцию (отрезок прямой), наиболее точно проходящую через ряд измеренных или рассчитанных точек, в рамках системы Mathcad можно воспользоваться встроенной операцией, позволяющей найти постоянные a и b , обеспечивающие оптимальность искомой линейной функции.

Последовательность операций, которые необходимо выполнить, следующие.

1. Представим координаты совокупности экспериментальных точек двумя векторами VX и VY , содержащими соответственно x и y координаты:

$$VX := \begin{pmatrix} - \\ - \\ - \end{pmatrix}, \quad VY := \begin{pmatrix} - \\ - \\ - \end{pmatrix}.$$

2. Коэффициенты a и b в линейной функции $y(x) = a \cdot x + b$ определяются встроенными функциями:

$$\begin{aligned} a &:= \text{slope}(VX, VY), & a &= , \\ b &:= \text{intercept}(VX, VY), & b &= . \end{aligned}$$

В результате линейная функция, соответствующая наилучшим образом совокупности точек, имеет вид

$$\begin{aligned} x &:= \text{min}(VX), 0.1 + \text{min}(VX) .. \text{max}(VX), \\ f(x) &:= a \cdot x + b. \end{aligned}$$

3. На график нанести точки и линейную функцию, наиболее точно им соответствующую.

Пример. Найдём линейную функцию, наиболее точно соответствующую набору экспериментальных точек, представленных векторами (см. рис. 9):

$$VX := \begin{pmatrix} 1 \\ 3.6 \\ 5.1 \\ 7.6 \end{pmatrix}, \quad VY := \begin{pmatrix} 4.51 \\ 12.3 \\ 16.81 \\ 24.3 \end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned} a &:= \text{slope}(VX, VY), & a &= 2.999, & b &:= \text{intercept}(VX, VY), & b &= 1.51, \\ x &:= 0, 0.1 .. 8, & f(x) &:= a \cdot x + b. \end{aligned}$$

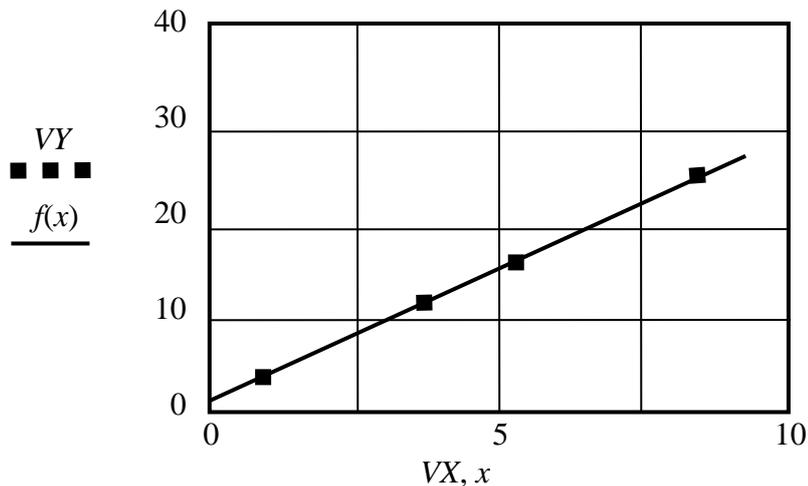


Рис. 9. Аппроксимация линейной функцией

Сглаживание и интерполяция

При представлении экспериментальных данных возникает необходимость сгладить экспериментальный график и интерполировать результаты на большую область. Для выполнения этих задач в Mathcad существует несколько встроенных функций.

Сглаживание. При большом числе экспериментальных точек на графике для сглаживания удобно применять функцию $\text{supsmooth}(vx, vy)$. Функция сглаживает вектор vy , используя процедуру линейного сглаживания методом наименьших квадратов; vx и vy n -мерные векторы действительных чисел, причем элементы вектора vx должны идти в порядке возрастания. Порядок операций при использовании функции $\text{supsmooth}(vx, vy)$ следующий.

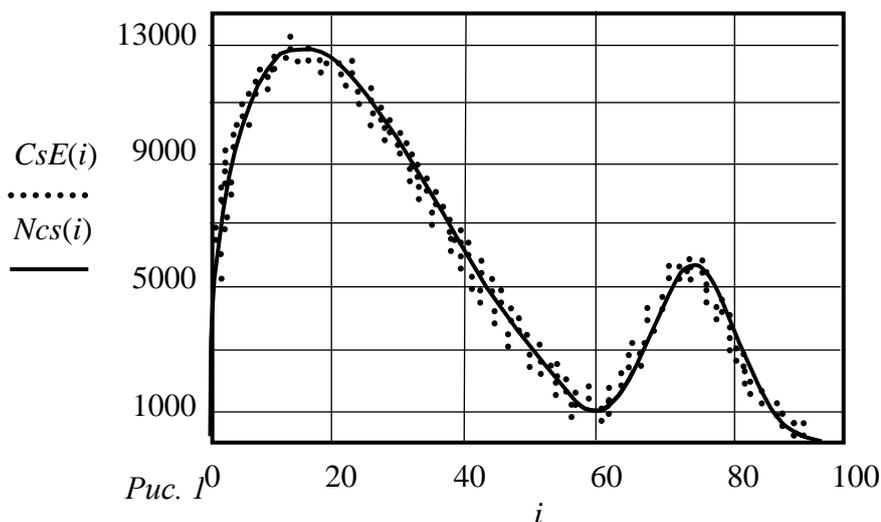
Определяются векторы vx, vy . Необходимо следить, чтобы число элементов обоих векторов было одинаковым. Применяется сама операция $\text{supsmooth}(vx, vy)$:

$$\text{smu} := \text{supsmooth}(vx, vy).$$

Вводится сглаженная функция:

$$N(i) := \text{smu}_i.$$

Пример. $i := 0..98$; $CsE(i)$ – спектр, представленный обычной функцией; $vy_i := CsE(i)$, $vx_i := i$; $\text{smu} := \text{supsmooth}(vx, vy)$; $Ncs(i) := \text{smu}_i$. Результаты примера приводятся на рис. 10.



При небольшом количестве точек сглаживание лучше проводить с использованием встроенной функции `medsmooth(vy, n)`, которая осуществляет сглаживание по методу скользящей медианы. Параметр n задает ширину окна сглаживания (n должно быть нечетным числом, меньшим числа точек в сглаживаемой последовательности).

Для сглаживания и интерполяции удобно применять функцию `interp(VS, VX, VY, x)`, позволяющую представить экспериментальные точки и промежутки между ними с помощью некоторого приемлемого полинома. Порядок проводимых операций следующий.

Задаются векторы, описывающие экспериментальные результаты VX , VY . Определяется вспомогательный вектор $VS := \text{regress}(VX, VY, n)$, где n – степень интерполирующего полинома, например достаточно применить интерполяцию кубическим полиномом. В этом случае экспериментальная кривая представляется отрезками кубических полиномов, проходящих наилучшим образом через смежные узловые (экспериментальные) точки. Коэффициенты полиномов рассчитываются так, чтобы непрерывными были первая и вторая производные. Вводим интерполирующую функцию:

$$\text{fit}(x) := \text{interp}(VS, VX, VY, x).$$

Рисуем $\text{fit}(x)$ на графике (например, рис. 11).

Пример. $i := 0..32$, $vx_i := i$,

если экспериментальный спектр представлен двумерной матрицей:
 $vy := NA_i$;

если вектором: $VS := \text{regress}(VX, VY, 3)$,

$\text{fit1}(x) := \text{interp}(VS, VX, VY, x)$, $x := 0, 0.5..32$.

Границы интерполяционной функции можно выбирать шире, чем границы вектора VX .

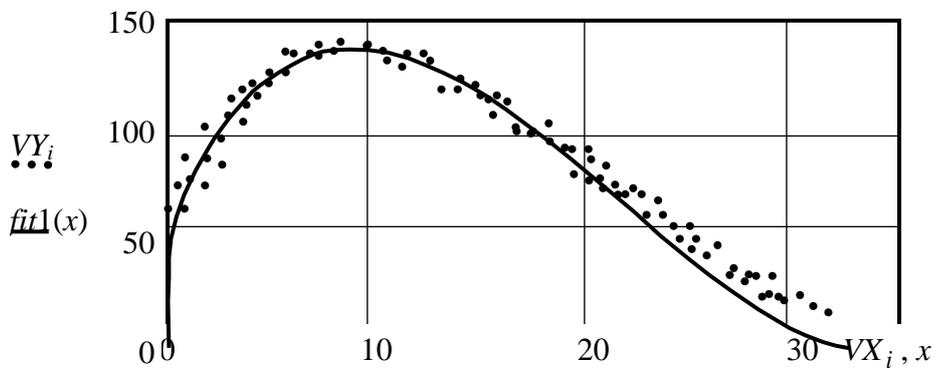


Рис. 11. Интерполяция экспериментальной кривой

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Задание 1. Ознакомиться с описанием и инструкцией по эксплуатации спектрометра.

Задание 2. Включить электронный блок. Включить компьютер. Войти в программу «Спектр», зарегистрироваться. Нажать клавишу «Спектрометр» и установить рабочие параметры: напряжение питания на ФЭУ $U_{ФЭУ} =$; коэффициент усиления $У1 = 1$; нижний уровень дискриминации $ДНУ1 =$, верхний уровень дискриминации $ДВУ1 =$, время набора спектра $Время = 200$ с. Ввести установленные параметры в спектрометр нажатием клавиши «Установить!!!».

Задание 3. Снять спектр источника, установленного в головке детектора (α -, β - или γ -источник) и записать полученный спектр в файл.

Задание 4. Установить левый и правый маркеры: левый – соответственно в крайнее левое положение, исключая только шумовые (приборные) импульсы в первых каналах; правый – на конце спектра.

Задание 5. Используя меню операций, найти полное интегральное число частиц (импульсов) в спектре.

Задание 6. Выделить маркером область пика в наблюдаемом спектре, определить граничные каналы KL (левая граница) и KR (правая граница) и найти интегральное число частиц в пике спектра $K(0)$ между границами, выделенными каналами KL и KR .

Задание 7. Используя меню операций, определить канал, соответствующий максимальному значению $N_{\text{макс}}$ в спектре (0).

Задание 8. Используя маркеры, найти ширину спектрального пика (ΔK) на полувысоте.

Задание 9. Выйти из программы «Спектр» и загрузить программу обработки данных «Mathcad», войти в нее.

Задание 10. Ввести файл с экспериментальным спектром и присвоить название векторной величине, определяющей спектр.

Задание 11. Ввести номера каналов ранжированной переменной.

Задание 12. Нарисовать график экспериментального спектра.

Задание 13. Используя встроенную функцию Minimize, найти нормальное распределение, наилучшим образом описывающее

выделенный спектральный пик. В качестве нулевого приближения для параметров нормального распределения используйте значения, найденные в заданиях 6, 7, 8 (N_0 , K_0 , ΔK).

Задание 14. Нанести найденное нормальное распределение на график экспериментального спектра.

Задание 15. Проверить устойчивость найденного нормального распределения к выбору граничных каналов области аппроксимации KL и KR , а также к выбору нулевого приближения параметров распределения (N_0 , K_0 , ΔK). Для этого подставьте найденные значения P_0 , S_0 и M_0 в качестве нулевого приближения и повторите операцию Minimize.

Задание 16. Определить интегральное число частиц в спектральном пике, аппроксимированном нормальным распределением, выбирая границы суммирования между каналами, отличающимися от центра пика на $\pm 3\sigma$.

Задание 17. Ввести в виде векторов следующий набор экспериментальных точек: $X = 0; 0.1; 0.3; 0.6; 0.8; 1.2; 1.6; 2.0; 2.8$, $Y = 1; 0.72; 0.48; 0.33; 0.28; 0.16; 0.10; 0.05; 0.02$.

Задание 18. Нанести данные экспериментальные точки на график. Найти экспоненциальную функцию, наилучшим образом описывающую набор данных экспериментальных точек.