

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

Владимиров Андрей Георгиевич

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА И БИФУРКАЦИИ В МНОГОМОДОВЫХ
И ПРОСТРАНСТВЕННО-РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ЛАЗЕРНЫХ
СИСТЕМАХ

Специальность 01.04.21 — лазерная физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук



Санкт-Петербург
2006

Работа выполнена в Санкт-Петербургском государственном университете.

Научный консультант: доктор физико-математических наук
профессор Розанов Николай Николаевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Занадворов Петр Николаевич

доктор физико-математических наук,
профессор Козлов Сергей Аркадьевич

доктор физико-математических наук,
профессор Мельников Леонид Аркадьевич

Ведущая организация: Московский государственный университет имени
М. В. Ломоносова

Защита состоится "21" декабря 2006 в 15 ч. 30 мин. на заседании Диссертационного совета Д 212.232.45 по защите диссертаций на соискание учёной степени доктора физико-математических наук при Санкт-Петербургском государственном университете по адресу: 199034, г. Санкт-Петербург, Университетская наб. дом 7/9, СПбГУ, Большая Физическая Аудитория

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке им. М. Горького СПбГУ

Автореферат разослан "9" ноября 2006.

Учёный секретарь Диссертационного совета
доктор физико-математических наук



Ионих Ю.З.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Объект исследования и актуальность темы диссертации. Изучение нелинейной динамики оптических систем занимает важное место в современных исследованиях в области лазерной физики. Интерес к этой теме вызван причинами как фундаментального, так и прикладного характера. Лазеры и другие нелинейные системы, основанные на взаимодействии когерентного света с веществом, представляют собой пример самоорганизующихся систем, которые демонстрируют широкий спектр различных нелинейных режимов, от самых простых стационарных до сложных хаотических и пространственно-временных структур. Они являются удобными объектами для экспериментального изучения и теоретического анализа динамических состояний различного типа и их бифуркаций. С другой стороны, многие динамические режимы генерации лазеров, такие как, например, пассивная модуляция добротности, синхронизация мод, биение мод и т.д., имеют обширные технологические применения. В связи с этим, исследование возможностей улучшения динамических характеристик лазеров представляет собой очень важную прикладную задачу.

Нелинейная динамика одномодовых лазеров и лазеров с небольшим числом мод, активно исследовавшаяся в последние десятилетия /1/, к настоящему времени сравнительно хорошо изучена. Вместе с тем, динамические процессы и бифуркации в лазерных моделях с очень большим или бесконечным числом степеней свободы пока еще изучены недостаточно. Особо важное значение в таких системах имеют приводящие к самоорганизации процессы синхронизации различных элементов системы. В частности, в диссертации рассматриваются два типа синхронизации, связанные с использованием полупроводниковых лазеров. Это синхронизация в решетке связанных лазеров, позволяющая генерировать мощный пучок света с малой расходимостью в дальней зоне, и синхронизация мод в монолитных лазерах, которые являются источниками коротких световых импульсов с высокой частотой повторения, необходимых во многих технологических приложениях. При этом основное внимание уделяется малоизученным бифуркационным механизмам возникновения и нарушения синхронизации и сопутствующих ей режимов. Вторая часть диссертации посвящена изучению бифуркаций оптических автосолитонов /2, 3, 4/, которые также представляют собой пример самоорганизации в нелинейных системах, далеких от равновесия /5, 6/. В связи с потенциальным использованием таких автосолитонов в качестве битов в оптических системах хранения и передачи информации, важное значение приобретает изучение их взаимодействия, которому в диссертации также уделено особое внимание.

Цели и задачи работы

Основными целями диссертационной работы являлись:

- Разработка теоретических методов исследования динамики решетки полупроводниковых лазеров с запаздывающей оптической обратной связью между ними.

- Использование этих методов для изучения бифуркационных механизмов, ответственных за возникновение и разрушение различных режимов синхронизации в решетке, и определение условий, при которых достигается синфазная синхронизация лазеров. Исследование влияния дисперсии частот генерации лазеров и временного запаздывания обратной связи на свойства и качество синхронизации.
- Построение достаточно простой и адекватной модели для описания синхронизации мод в монолитных полупроводниковых лазерах .
- Исследование бифуркаций режима синхронизации мод в монолитном полупроводниковом лазере и его устойчивости по отношению к пассивной модуляции добротности.
- Разработка теоретических методов для исследования свойств оптических автосолитонов, их устойчивости и бифуркаций, а также применение этих методов для анализа автосолитонов в конкретных нелинейных оптических системах.
- Построение асимптотической теории слабого взаимодействия автосолитонов в активных и пассивных нелинейных оптических системах и использование этих методов для анализа устойчивости и бифуркаций связанных состояний таких автосолитонов и автосолитонных кластеров.

Для достижения поставленных целей были решены следующие задачи:

- Исследованы режимы генерации одномерной решетки идентичных полупроводниковых лазеров с глобальной запаздывающей связью между ними за счет отражения от внешнего зеркала.
- Проанализировано влияние запаздывания на качество синхронизации решетки полупроводниковых лазеров.
- Изучены свойства синхронизации решетки неидентичных полупроводниковых лазеров с близкими, но различными частотами генерации.
- Разработана и проанализирована модель для описания пассивной синхронизации мод в полупроводниковых лазерах, основанная на системе дифференциальных уравнений с запаздыванием.
- В приближении медленного поглотителя предложено аналитическое описание режима синхронизации мод в полупроводниковом лазере. Построено и проанализировано отображение, описывающее преобразование параметров импульса синхронизации мод за проход резонатора.
- Численно исследованы устойчивость и бифуркации режима синхронизации мод в монолитном полупроводниковом лазере.
- Разработана полуаналитическая процедура для расчета оптических автосолитонов в широкоапертурных лазерах и нелинейных резонаторах, анализа их устойчивости и бифуркаций.

- Получены и проанализированы асимптотические уравнения для описания слабого взаимодействия оптических автосолитонов. Исследованы устойчивость и свойства простейших связанных состояний оптических автосолитонов и двумерных автосолитонных кластеров.

Научная новизна работы

- Впервые предложена и проанализирована обобщенная фазовая модель Курамото для описания синхронизации решетки полупроводниковых лазеров, связанных за счет зеркала обратной связи. Помимо задержки оптической обратной связи, эта модель учитывает релаксационные колебания лазеров.
- Впервые аналитически и численно показано, что запаздывание обратной связи между лазерами в решетке благоприятствует синфазной синхронизации во всех возможных режимах генерации.
- Впервые показано, что для решетки неидентичных связанных полупроводниковых лазеров, помимо первого порога синхронизации, аналогичного порогу, описанному Курамото, существует второй порог по силе связи, выше которого происходит деградация синхронизации, связанная с возбуждением релаксационных колебаний лазеров. Дано аналитическое описание первого порога по силе связи в присутствии запаздывания и второго порога в случае малого запаздывания.
- Предложена и проанализирована новая модель для описания пассивной синхронизации мод в полупроводниковых лазерах, представляющая собой систему дифференциальных уравнений с запаздыванием.
- Впервые для полупроводникового лазера с пассивной синхронизацией мод аналитически построено отображение, описывающее преобразование параметров импульса за проход резонатора. Полученное отображение справедливо в ситуации, когда потери и усиление за проход резонатора велики.
- Впервые показано теоретически, что в полупроводниковых лазерах с пассивной синхронизацией мод могут существовать устойчивые импульсы, для которых критерий устойчивости Нью не выполняется на переднем фронте импульса. Исследованы область существования таких импульсов и влияние на них шума спонтанной эмиссии.
- Разработан оригинальный метод анализа устойчивости и бифуркаций лазерных автосолитонов. Впервые дана классификация одномерных лазерных автосолитонов и их связанных состояний, основанная на анализе гетероклинических и гомоклинических траекторий системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
- Впервые дано аналитическое описание бифуркации неподвижного лазерного автосолитона в автосолитон, движущийся в поперечном направлении.
- Впервые теоретически предсказано существование неподвижных поперечных Брэгговских автосолитонов в широкоапертурных пассивных нелинейных резонаторах с помещенным в них фотонно-кристаллическим материалом.

- Разработана асимптотическая теория слабого взаимодействия идентичных одномерных и двумерных оптических автосолитонов. На основе этой теории впервые получены аналитические условия устойчивости связанных состояний лазерных автосолитонов.

Практическая ценность. Полученные в работе результаты могут быть использованы для улучшения динамических характеристик конкретных лазерных устройств: решеток связанных полупроводниковых лазеров /7/ и монолитных полупроводниковых лазеров с синхронизацией мод. Результаты исследования устойчивости и бифуркаций лазерных и резонаторных автосолитонов имеют потенциальное практическое применение, основанное на использовании этих автосолитонов в качестве носителей информации. Предложенные и развитые в работе методы для изучения слабого взаимодействия оптических автосолитонов и анализа свойств их связанных состояний могут быть применены для оценки емкости оптических устройств памяти, основанных на автосолитонах, а также для создания на основе связанных автосолитонных состояний "алфавита" для кодирования и передачи информации.

Положения выносимые на защиту

1. Предложена и проанализирована обобщенная модель Курамото для описания синхронизации лазеров, связанных глобальной оптической связью. Эта модель учитывает временную задержку обратной связи и релаксационные колебания отдельных лазеров.
2. В результате аналитического и численного изучения синхронизации решетки полупроводниковых лазеров показано, что достаточно большая временная задержка благоприятствует синфазной синхронизации.
3. При анализе синхронизации лазеров с различными частотами генерации обнаружен второй порог по силе связи между лазерами, выше которого происходит постепенная деградация синхронизации в решетке. При этом максимальная степень синхронизации достигается при конечной величине силы связи. Существование второго порога связано с возбуждением релаксационных колебаний части лазеров.
4. Предложена и проанализирована новая модель для описания синхронизации мод в полупроводниковых лазерах, представляющая собой систему дифференциальных уравнений с запаздыванием.
5. Построены отображения для описания преобразования параметров импульса синхронизации мод за обход резонатора.
6. Найден новый бифуркационный механизм разрушения режима синхронизации мод, типичный для полупроводниковых лазеров. Этот механизм связан с переходом через перемежаемость от регулярных пульсаций к хаотическим.
7. На основе разработанной процедуры полуаналитического нахождения одномерных лазерных автосолитонов дана классификация таких автосолитонов, проанализированы их свойства устойчивости и бифуркации.

8. Для широкопертурного лазера класса В предложено аналитическое описание бифуркации неподвижного лазерного солитона в солитон, движущийся в поперечном направлении.
9. Теоретически предсказано существование неподвижных Брэгговских автосолитонов в широкопертурных нелинейных резонаторах в присутствии поперечной модуляции коэффициента преломления. Проанализированы условия существования таких автосолитонов и их устойчивость.
10. Показано, что аксиально симметричные двумерные лазерные и резонаторные автосолитоны могут испытывать неустойчивость по отношению к возмущениям с угловым индексом, равным двум. Подобная неустойчивость приводит к нарушению пространственной симметрии этих автосолитонов. Предложен аналитический критерий устойчивости квазиодномерного резонаторного автосолитона в виде полосы, бесконечной в одном из двух направлений.
11. Построена асимптотическая теория слабого когерентного взаимодействия идентичных лазерных и резонаторных оптических автосолитонов.
12. Исследована устойчивость связанных состояний одномерных автосолитонов и простейших кластеров двумерных оптических автосолитонов, в частности, кластеров, вращающихся и движущихся в поперечном направлении.

Апробация работы. Полученные в работе результаты были представлены автором на следующих конференциях:

1. Всесоюзная конференция "Аналитические вычисления на ЭВМ в автоматизации научно-исследовательских работ," Вильнюс, 1990.
2. International Conference on Nonlinear Dynamics in Optical Systems, Afton, Oklahoma, USA, 4-8 June, 1990.
3. 2-е Всесоюзное совещание "Нелинейные и когерентные явления во внутрирезонаторной лазерной спектроскопии", Ленинград, 1991.
4. International conference "Nonlinear Dynamics in Lasers and Optical Systems," Moscow-Nizhny Novgorod, июнь 1993.
5. Международная конференция "Оптика лазеров", Санкт-Петербург, 27 июня – 1 июля 1995.
6. International Conference on Nonlinear Dynamics, Chaotic and Complex Systems, Zakopane, Poland, 7-12 November 1995.
7. International Conference on Nonlinear Dynamics and Chaos, Saratov State University, 1996.
8. Международная конференция "Современные проблемы теории динамических систем", Нижний Новгород, июль 1996.
9. International Conference on Nonlinear Dynamics and Chaos, (ICND-96), Saratov, 8-14 July, 1996.

10. IX Международная конференция "Оптика лазеров", Санкт-Петербург, 22-26 июня 1998.
11. European Quantum Electronics Conference, Glasgow, UK, September 14-18 1998.
12. European conference "Control of Complex Behavior in Optical Systems and Applications" (COCOS), Muenster, Germany October, 7-10, 1999.
13. X Международная конференция "Оптика лазеров", Санкт-Петербург, 26-30 июня 2000.
14. International Quantum Electronics Conference, Nice, France 10-15 September 2000.
15. Quantum Electronics and Photonics Conference, Glasgow, 3-6 September 2001.
16. International Quantum Electronics - Laser Science Conference, Moscow, 22-28 June 2002.
17. International Quantum Electronics Conference, Munich, Germany, 22-27 June 2003.
18. 3-rd International Workshop on Dynamics of Semiconductor Lasers, Berlin, Germany, 15-17 September 2003.
19. EPS-QEOD Europhoton Conference on Solid State and Fiber Coherent Light Sources, Lausanne, Switzerland, 29 August – 3 September 2004.
20. International Conference on Coherent and Nonlinear Optics /Lasers, Applications, and Technologies (ICONO/LAT), St. Petersburg, Russia, 11-15 May 2005.
21. International Quantum Electronics Conference, Munich, Germany, 12-17 June 2005.
22. Nonlinear Guided Waves and their Applications, 1-4 September 2005 Dresden, Germany.
23. International workshop on Dissipative Solitons, Dresden, Germany, January 23 - 29, 2006.
24. 6th International School and Workshop on Nonlinear Dynamics, Chaos, and Applications, Yalta, Crimea, Ukraine, 15-26 May, 2006.
25. Международная конференция "Оптика лазеров", Санкт-Петербург, 26-30 июня 2006.

Публикации и личный вклад. По теме диссертации опубликовано 48 научных статей, приведенных в конце автореферата. В диссертацию включены данные самостоятельных исследований автора, из совместных работ – результаты, полученные при его непосредственном участии или под его научным руководством.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 4 глав и выводов. Она изложена на 392 страницах, включая 79 рисунков, список литературы из 305 наименований и 5 приложений.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность исследуемых проблем, сформулированы цели и задачи диссертационной работы, перечислены полученные в диссертации новые результаты, их практическая ценность, представлены положения, выносимые на защиту, дан обзор литературы и описана структура диссертации.

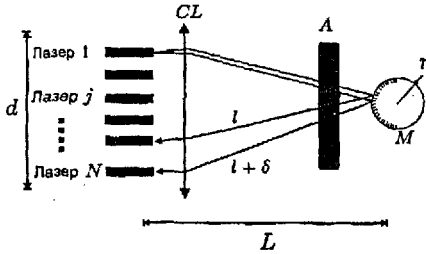


Рис. 1. Схематическое изображение решетки связанных полупроводниковых лазеров. d - поперечный размер решетки. M - сферическое зеркало обратной связи радиуса r , помещенное в фокальную плоскость собирающей линзы на расстоянии L от решетки. A - аттенуатор, управляющий силой связи между лазерами.

В главе 1 изучаются свойства синхронизации решетки полупроводниковых лазеров, связанных посредством запаздывающей оптической обратной связи. Цель этого исследования состоит в том, чтобы определить условия достижения синфазной синхронизации, при которой лазеры имеют одинаковые или близкие по величине фазы. Синфазная синхронизация лазеров необходима для получения в дальней зоне излучения максимальной мощности электромагнитного поля, сконцентрированной в единственном дифракционном максимуме. Описание модели лазерной решетки дано в параграфе 1.2.

Рассматриваемая решетка состоит из N одномодовых полупроводниковых лазеров (см. рис. 1) и описывается системой связанных уравнений Ланга-Кобаяши [8, 9] для безразмерных амплитуд электрического поля E_j и плотностей носителей Z_j :

$$\frac{dE_j}{dt} = i\omega_j E_j + (1 + i\alpha) Z_j E_j + i\frac{\eta}{N} \sum_{n=1}^N e^{-i(\vartheta_{jn} + \bar{\vartheta})} E_n (t - t_D), \quad (1)$$

$$\gamma^{-1} \frac{dZ_j}{dt} = P_j - Z_j - (1 + 2Z_j) |E_j|^2, \quad (2)$$

с периодическими граничными условиями $E_0 = E_N$, $E_{N+1} = E_1$. В уравнениях (1) и (2) индекс j нумерует лазеры. В качестве единицы измерения времени выбрано время жизни фотона в резонаторе $\tau_p \simeq 2 \times 10^{-12}$ сек., $\gamma \simeq \tau_p / \tau_c \simeq 10^{-3}$ - отношение времени жизни фотона к времени релаксации носителей, $\alpha \simeq 5$ - фактор уширения спектральной линии (α -фактор), ω_j и P_j - частота и параметр накачки лазера с номером j , соответственно. Величина η характеризует силу, t_D - временное запаздывание, а ϑ_{jn} - асимметрию глобальной обратной связи. Связь между лазерами предполагается слабой. Как видно из рис. 1, сферическая форма зеркала обратной связи минимизирует разности оптических путей между лазерами.

В параграфе 1.3 проведено подробное аналитическое исследование устойчивости и бифуркаций решетки идентичных связанных лазеров, работающих в режиме стационарной генерации. Показано, что, если параметры лазеров идентичны, и величина силы связи не превышает некоторого порогового значения, выше которого возбуждаются незатухающие колебания лазерных интенсивностей, то динамика синхронизации связанных лазеров может быть описана с помощью модифицированной системы фазовых уравнений Курамото [10,

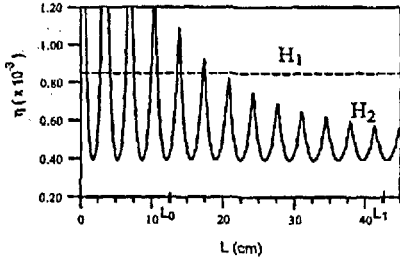


Рис. 2. Относительное расположение двух бифуркаций Андронова-Хопфа. Пунктирная линия H_1 обозначает минимальную силу связи, необходимую для достижения вырожденной бифуркации Андронова-Хопфа $\eta = \eta_{H1}$. Сплошная линия H_2 представляет минимальную силу связи, соответствующую "синфазной" бифуркации Андронова-Хопфа $\eta = \eta_{H2}$.

11/ с временным запаздыванием:

$$\frac{d\phi_j}{dt} = \omega_j - \frac{\eta}{N} \sqrt{1 + \alpha^2} \sum_{n=1}^N \sin [\vartheta_{jn} + \phi_j - \phi_n(t - t_D) - \arctan(1/\alpha)], \quad (3)$$

где ϕ_j — фазы колебаний лазеров на оптической частоте.

В зависимости от набега оптической фазы поля обратной связи, эта связь способствует установлению либо синфазного, либо антифазного стационарного режима генерации. Из результатов аналитического анализа устойчивости стационарных режимов генерации следует, что с увеличением временной задержки области устойчивости синфазного режима генерации расширяются, в то время как области устойчивости антифазного режима генерации сжимаются и исчезают. В более реалистичной ситуации, когда существует распределение частот генерации полупроводниковых лазеров, для достижения синфазной синхронизации необходимо, чтобы сила связи превысила некоторую критическую величину η_c . Оценка величины η_c получена с помощью фазовых уравнений (3) в пределе $N \rightarrow \infty$.

Ситуация, когда сила связи превышает порог бифуркации Андронова-Хопфа, рассмотрена в параграфе 1.4. В этом случае лазерные интенсивности становятся периодическими во времени. Они испытывают либо синфазные, либо антифазные пульсации с частотой, близкой к частоте релаксационных колебаний Ω отдельного лазера. Бифуркация Андронова-Хопфа, приводящая к антифазной динамике, существует даже при отсутствии временной задержки. Напротив, бифуркация, приводящая к синфазным периодическим режимам генерации, может возникнуть только если время задержки обратной связи сравнимо по величине с периодом релаксационных колебаний, $\Omega t_D = O(1)$. Для умеренных задержек, когда $t_D \sim \Omega$, синфазный режим стационарной генерации дестабилизируется одной из двух бифуркаций Андронова-Хопфа, описанных выше. Какая из них происходит первой, зависит от разности фаз релаксационных колебаний между выходящим из лазера излучением и полем обратной связи, повторно инжектированным в лазеры. В этом случае было найдено, что, даже если антифазная бифуркация Андронова-Хопфа происходит первой, синфазный периодический режим генерации может стать устойчивым с увеличением силы связи. Вместе с тем, показано, что для достаточно больших задержек $t_D \geq \pi \gamma^{-1} (2\bar{P} + 1)^{-1}$, где

$\bar{P} = N^{-1} \sum P_j$, синфазная бифуркация Андронова-Хопфа всегда предшествует антифазной (см. рис. 2), сохраняя, таким образом, синфазную синхронизацию в периодическом режиме генерации.

Выше порога возникновения периодических режимов генерации фазовые уравнения (3) не справедливы. Для описания динамики связанных лазеров в этой области, в параграфе 1.5 получена и проанализирована обобщенная версия фазовой модели Курамото:

$$\frac{1}{2\gamma P_j} \left[\frac{d^3 \Phi_j}{dt^3} + \gamma (2P_j + 1) \frac{d^2 \Phi_j}{dt^2} \right] + \frac{d\Phi_j}{dt} = \omega_j - \frac{\alpha\eta}{N} \sum_{n=1}^N \sin [\vartheta_{jn} + \Phi_j - \Phi_n(t - t_D)], \quad (4)$$

которая учитывает наличие в системе слабо затухающих или незатухающих релаксационных колебаний и включает вторую и третью производные фаз индивидуальных лазеров Φ_j . Такие колебания типичны для твердотельных и полупроводниковых лазеров. Даже будучи затухающими, они приводят к ухудшению свойств синхронизации лазеров. Заметим, что частота релаксационных колебаний обычно на несколько порядков меньше оптической частоты. На основании этого факта произведена редукция уравнений (4) к системе "амплитудных" уравнений для переменных ϕ_j и $\rho_j e^{i\theta_j}$. Здесь переменные ϕ_j описывают фазы колебаний лазеров на оптической частоте, а ρ_j и θ_j , соответственно, амплитуду и фазу их релаксационных колебаний. Параметр K в уравнениях (4) представляет собой нормированную силу обратной связи. С помощью амплитудных уравнений дается аналитическое описание различных периодических режимов генерации, возникающих в точках бифуркаций Андронова-Хопфа, и их устойчивости. В частности, изучаются вторичные антифазные бифуркации синфазного периодического режима генерации. Для умеренных задержек, когда $t_D \sim \Omega$, эти бифуркации могут разрушить синфазную синхронизацию периодического режима и, следовательно, привести к уменьшению интенсивности суммарного поля $\sum_{j=1}^N E_j$, излучаемого лазерами. Однако, в случае большой задержки ($t_D \sim \gamma^{-1}$) первой происходит вторичная бифуркация, приводящая к синфазному режиму генерации с квазипериодическими интенсивностями лазеров. В этом случае из результатов численного моделирования следует, что синфазная синхронизация может сохраняться даже в хаотических режимах генерации, которые возникают с увеличением параметра связи (см. рис. 3). Наконец, в параграфе описан специфический антифазный периодический режим генерации, при котором релаксационные колебания одного из лазеров практически подавлены. Существование такого устойчивого режима было проверено с помощью численного моделирования исходных лазерных уравнений (1) и (2). Если в системе присутствует слабая локальная связь, то лазер, работающий в режиме, близком к стационарному, становится дискретным аналогом волны переключения.

Из результатов проведенного численного и аналитического исследования можно заключить, что эффект временного запаздывания проявляется в усложнении динамики решетки связанных лазеров, приводя к появлению новых ветвей синфазных решений со стационарными, периодическими, квазипериодическими или хаотическими зависимостями ла-

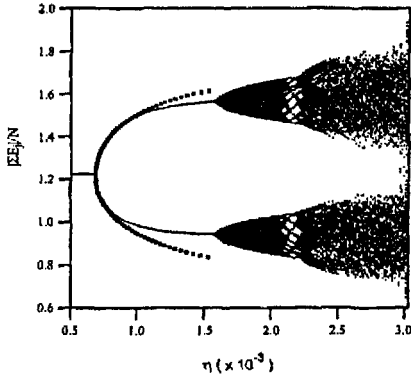


Рис. 3. Бифуркационная диаграмма для системы (1) и (2) с большим параметром запаздывания. Синфазный стационарный режим теряет устойчивость в результате бифуркации Андронова-Хопфа, приводящей к появлению синфазного режима с периодическими интенсивностями лазеров. С увеличением силы связи η это решение бифуркурует в синфазный квазипериодический режим, который, в свою очередь, порождает синфазный хаотический режим при дальнейшем увеличении параметра η . Пунктирные линии показывают аналитические решения.

зерных интенсивностей от времени. Симметрия глобальной связи предполагает, что эти решения лежат в пределах синфазного многообразия, где все элементы решетки ведут себя тождественно. Для больших задержек, бифуркации, ведущие к синфазным периодическим режимам генерации, предшествуют "антифазным" бифуркациям Андронова-Хопфа. Вследствие этого фазовая траектория системы остается на многообразии синфазной синхронизации. Выше порога бифуркации Андронова-Хопфа синфазная синхронизация периодических осцилляций лазерных интенсивностей может быть достигнута с помощью правильного выбора временного запаздывания одновременно на трех различных временных масштабах: γt_D , Ωt_D и ωt_D . Увеличение t_D благоприятствует синфазной синхронизации, увеличивая область устойчивости существующих синфазных решений, и приводит к появлению новых ветвей нестационарных синфазных решений, возникающих в результате бифуркаций, которые не нарушают синфазную синхронизацию. В конце концов, этот процесс приводит к синфазным хаотическим колебаниям интенсивностей лазеров. Из результатов численных расчетов следует, что свойства синхронизации, о которых идет речь в этой главе, сохраняются и в решетке полупроводниковых лазеров со слабой локальной связью, и со слегка асимметричной глобальной связью в уравнении (1): $0 < |\delta_{nj}| < 0.1$.

В параграфе 1.6 исследуется влияние дисперсии собственных частот $\delta\omega_j = N^{-1}(\Sigma\omega_k) - \omega_j$ лазеров на свойства синхронизации решетки. Степень синхронизации решетки описывается с помощью комплексного параметра порядка Курамото [10, 11], который может быть записан в виде:

$$\sigma(t) e^{i\phi(t)} = \frac{1}{N} \sum_n e^{i[\Phi_n(t) - \omega t_D]}, \quad (5)$$

где Φ_n удовлетворяют уравнениям (4). В пределе $N \rightarrow \infty$ абсолютное значение параметра порядка σ обращается в ноль, если лазеры полностью десинхронизированы, и стремится к единице в случае, когда они близки к полной синхронизации. Таким образом, задача состоит в том, чтобы определить зависимость σ от силы связи K и безразмерной ширины

распределения частот лазеров Г. При достаточно малых силах связи K лазеры, за счет различия их частот, десинхронизированы ($\sigma = 0$). Выше определенного порога по параметру K происходит переход к частично синхронизированному решению, $0 < \sigma < 1$, которое может быть описано в рамках фазовой модели (3) с запаздыванием. Показано, что с увеличением силы связи в точке $K = \sigma^{-1}$, это решение испытывает бифуркацию, которая приводит к появлению новой ветви частично синхронизированных решений с независимым от времени модулем параметра порядка σ .

В случае, когда $K < \sigma^{-1}$, релаксационные колебания лазеров затухают во времени. В этом случае амплитудные уравнения, полученные в параграфе 1.5, переходят в фазовую модель с запаздыванием, аналогичную (3). Для этой модели с помощью метода Курамото /10/ получена аналитическая связь между параметром порядка и силой обратной связи

$$\sigma^2 = 1 - 2\Gamma / (K \cos \Psi), \quad (6)$$

где $\Psi = (\gamma\nu + \omega) t_D$, $\cos \Psi > 0$ и ν удовлетворяет трансцендентному уравнению $\nu = -K \sin \Psi + \Gamma \operatorname{tg} \Psi$. Решения этого уравнения представляют собой моды внешнего резонатора для частично когерентной решетки. Они являются обобщением мод внешнего резонатора, найденных для одного полупроводникового лазера с внешней обратной связью (см., например, /8, 12/) на случай решетки связанных полупроводниковых лазеров. В пределе $\sigma \rightarrow 0$ с помощью (6) можно воспроизвести результаты линейного анализа устойчивости некогерентного состояния, проведенного в работе /13/, а в пределе малой задержки, $\gamma t_D \ll 1$, это выражение переходит в результат, полученный для решеток твердотельных лазеров при значительных превышениях накачки над порогом генерации /14/.

Наибольший интерес представляет исследование поведения абсолютной величины параметра порядка σ выше порога автоколебательной неустойчивости $K = \sigma^{-1}$, где часть осцилляторов подвергается бифуркации Андронова-Хопфа, приводящей к незатухающим пульсациям их интенсивностей. Для этого случая в пределе малых задержек $\gamma t_D \ll 1$ получена аналитическая оценка зависимости величины σ от силы связи K . Полученное решение характеризуется десинхронизованными фазами релаксационных осцилляций лазеров, что означает постепенную деградацию синхронизации решетки. Максимальное значение σ_{\max} параметра порядка, характеризующего степень синхронизации решетки, достигается при конечном значении силы связи $K_{\max} = 1/\sigma_{\max}$ и может быть оценено с помощью соотношения

$$\sigma_{\max} \simeq \sqrt{1 + [\Gamma \sec(\omega t_D)]^2} - \Gamma \sec(\omega t_D), \quad (7)$$

с ограничением $\sec(\omega t_D) > 0$. Аналитические результаты находятся в хорошем согласии с результатами прямого численного моделирования решетки полупроводниковых лазеров с близкими, но неодинаковыми частотами генерации (см. рис. 4). Результаты численного интегрирования лазерных уравнений (1) и (2) свидетельствуют о том, что описанная динамическая деградация синхронизации может быть, — по крайней мере частично, — подавлена

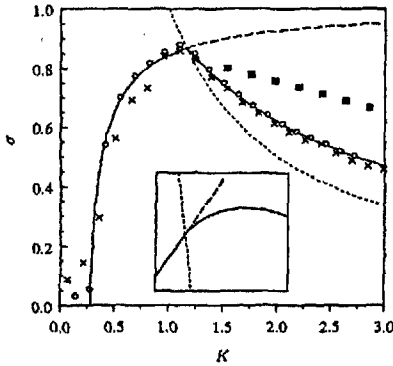


Рис. 4. Абсолютная величина параметра порядка σ как функция силы связи между лазерами K . Точки (крестики) показывают усредненные значения σ , полученные численным интегрированием фазовых уравнений (4) [исходных лазерных уравнений (1) и (2)]. Сплошная (штрихованная) линия соответствует устойчивым (неустойчивым) решениям, полученным аналитически. Пунктирная линия — $\sigma = 1/K$. Вставка показывает увеличенную окрестность бифуркационной точки $K = \sigma^{-1}$. Черные квадратики показывают численные результаты, полученные для случая большого запаздывания.

при использовании глобальной связи с достаточно большим запаздыванием $\tau_D = O(1)$ (см. рис. 4).

В главе 2 рассматривается пассивная синхронизация мод в полупроводниковом лазере, представляющая собой эффективный метод генерации коротких световых импульсов с высокими частотами повторения, используемых в телекоммуникационных технологиях. Так как длительность импульсов синхронизации мод обычно много меньше периода их повторения, с математической точки зрения они подобны лазерным автосолитонам, рассмотренным в главах 3 и 4. После краткого введения, данного в параграфе 2.1, в параграфе 2.2 выводится новая модель для описания пассивной синхронизации мод в полупроводниковых лазерах, представляющая собой систему трех дифференциальных уравнений с временным запаздыванием. Эта система, задающая временную эволюцию комплексной амплитуды электрического поля A , насыщенного усиления G и насыщенного поглощения Q , вносимых усиливающей и поглощающей секциями лазера, записывается в форме:

$$\gamma^{-1} \partial_t A + A = \sqrt{\kappa} e^{(1-i\alpha_g)G(t-T)/2 - (1-i\alpha_q)Q(t-T)/2 - i\varphi} A(t-T), \quad (8)$$

$$\partial_t G = g_0 - \gamma_g G - e^{-Q} (e^G - 1) |A|^2, \quad (9)$$

$$\partial_t Q = q_0 - \gamma_q Q - s (1 - e^{-Q}) |A|^2. \quad (10)$$

Здесь коэффициенты ненасыщенного усиления и поглощения g_0 и q_0 описывают ток инжекции в усиливающей секции и напряжение, приложенное к поглощающей секции, соответственно. $\alpha_{g,q}$ и $\gamma_{g,q}$ — факторы уширения спектральной линии и скорости релаксации плотности носителей в поглощающей и усиливающей секциях, γ — параметр, характеризующий ширину линии спектрального фильтра, $\kappa < 1$ — коэффициент ослабления за проход резонатора, описывающий линейные нерезонансные потери, s — отношение интенсивностей насыщения в усиливающей и поглощающей секциях. Наконец, параметр временного запаздывания T равен времени обхода холодного резонатора.

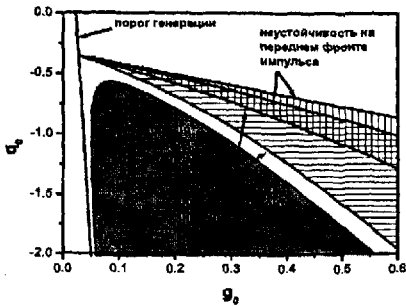


Рис. 5. Аналитические границы устойчивости режима синхронизации мод. В горизонтально (вертикально) заштрихованных областях существуют устойчивые по критерию Нью /18/ импульсы синхронизации мод с частотой повторения 40 (80) ГГц. Эти области ограничены линиями, на которых критерий Нью нарушается на переднем или на заднем фронте импульса. В серой области амплитуда импульсов промодулирована колебаниями на частоте пассивной модуляции добротности.

Вблизи порога генерации, с помощью подхода, описанного в работе /15, 16/, уравнение (8) может быть приведено к дифференциальному уравнению в частных производных типа Гинзбурга-Ландау. Эта редукция проясняет связь между моделью (8) - (10) и известным уравнением Хауса /17/. Важным отличием модели (8) - (10) от моделей, основанных на уравнении Хауса, является то, что она не предполагает малости усиления и потерь за обход резонатора, слабого насыщения и бесконечно широкой спектральной полосы фильтра. Эти предположения, - в особенности, приближение малых усиления и потерь, - не справедливы для полупроводниковых лазеров. Единственные предположения, которые были использованы при выводе уравнений (8) - (10), касаются Лоренцевой формы линии спектрального фильтра и однонаправленной генерации в кольцевом лазере. Будучи более общими, чем классические модели, предложенные Нью /18/ и Хаусом /19, 17/, уравнения (8) - (10) включают обе эти модели в качестве предельных случаев. Заметим также, что другая модель, основанная на дифференциальных уравнениях с временными запаздываниями, была ранее предложена Гуревичем и Ханиным для описания динамики твердотельного лазера /1/.

В параграфе 2.3 в пределе бесконечной ширины полосы спектрального фильтра, эквивалентном приближению медленного поглотителя, предложено аналитическое описание режима синхронизации мод, которое остается справедливым и в случае большого усиления и потерь за обход резонатора. В частности, определены границы устойчивости режима синхронизации мод по критерию Нью, согласно которому параметр интегрального усиления за обход резонатора $G = G(t) - Q(t) + \ln \kappa$ должен быть отрицательным в течении всего интервала времени между двумя последовательными импульсами, когда амплитуда лазерного поля близка к нулю /18/. Получено условие $s\kappa > 1$, являющееся необходимым для существования импульсов, устойчивых по критерию Нью, и обобщающее известное условие $s > 1$ на случай больших потерь за проход резонатора. Согласно полученным результатам, в диапазоне значений параметров, типичном для полупроводниковых лазеров, границы неустойчивости импульсов синхронизации мод могут быть весьма хорошо аппрок-

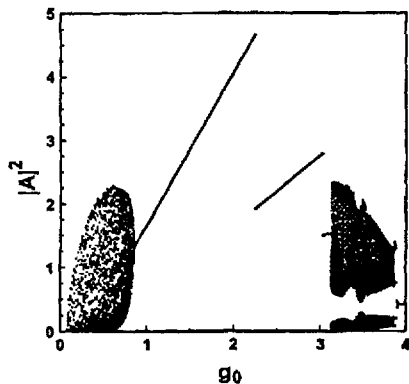


Рис. 6. Бифуркационная диаграмма, полученная численным интегрированием уравнений (8) - (10). На диаграмме представлены максимумы временной зависимости интенсивности лазерного поля. При малых токах инжекции g_0 лазер генерирует импульсы с пиковой мощностью, промодулированной на частоте пассивной модуляции добротности. При больших g_0 происходит переход к фундаментальному режиму синхронизации мод, затем - к гармоническим режимам, к хаотическим пульсациям, и, наконец - к режиму стационарной генерации.

симированы с помощью обобщения метода Нью, предложенного в параграфе 2.3.4 (см. рис. 5).

Отображение, описывающее преобразование параметров импульса синхронизации мод после полного обхода резонатора, построено аналитически в параграфе 2.4. Нетривиальная неподвижная точка периода один этого отображения соответствует фундаментальному режиму синхронизации мод, а неподвижные точки периода два и больших периодов - гармоническим режимам синхронизации мод. Граница неустойчивости по отношению к пассивной модуляции добротности была найдена как бифуркационное множество в пространстве лазерных параметров, на котором два комплексных мультипликатора неподвижной точки периода один пересекают единичную окружность (бифуркация Неймарка-Сакера). Согласно нашим результатам, эта граница неустойчивости может быть весьма хорошо оценена в рамках подхода, в котором не учитывается спектральная фильтрация лазерного излучения. Однако, такой подход не годится для определения длительности импульса и его частоты повторения. Поэтому для этих целей использовался более реалистичный подход, основанный на вариационном методе. Было обнаружено, что граница неустойчивости пассивной модуляции добротности определяется главным образом произведением двух параметров: отношения интенсивностей насыщения s и коэффициента линейного ослабления за проход k . При этом, если произведение sk зафиксировано, ее положение почти не зависит от каждого из этих двух параметров по отдельности. Оценки зависимости от лазерных параметров границы неустойчивости пассивной модуляции добротности и области устойчивости режима синхронизации мод находятся в качественном согласии с экспериментальными данными, полученными с монолитным полупроводниковым лазером, работающим в режиме пассивной синхронизации мод.

В параграфе 2.5 проведено численное исследование системы дифференциальных уравнений с запаздыванием (8) - (10). Изучены бифуркации Андронова-Хопфа режима

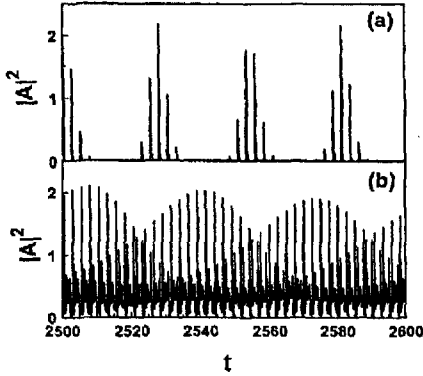


Рис. 7. Непериодические временные зависимости интенсивности лазерного поля. (a) – Решение в виде импульсов синхронизации мод, промодулированных на частоте пассивной модуляции добротности; $g_0 = 0.67$. (b) – Режим, который появляется после разрушения гармонического режима синхронизации мод, показанного на рис. 8с; $g_0 = 4.67$.

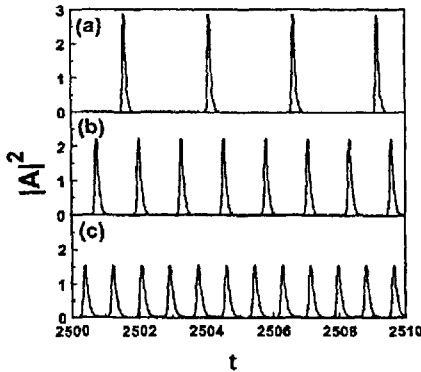


Рис. 8. Периодические временные зависимости интенсивности лазерного поля, соответствующие различным режимам синхронизации мод. (a) – Фундаментальный режим синхронизации мод; $g_0 = 2.0$. (b) – Режим с двумя импульсами в резонаторе; $g_0 = 3.0$. (c) – Режим с тремя импульсами в резонаторе; $g_0 = 3.6$.

стационарной генерации и рождающиеся в точках этих бифуркаций решения с периодическими во времени интенсивностями лазерного поля. Показано, что, помимо бифуркации, ответственной за возникновение периодического решения, соответствующего фундаментальному режиму синхронизации мод, существуют бифуркации, приводящие к возникновению гармонических режимов синхронизации мод с периодом повторения импульсов в два, три и большее число раз меньшим времени обхода резонатора. Подобные режимы с частотой повторения в два раза большей, чем у фундаментального режима, наблюдались экспериментально в монокристаллическом лазере в работе [20]. Бифуркационная диаграмма, полученная прямым численным интегрированием уравнений (8)-(10), представлена на рис. 6, а временные зависимости лазерной интенсивности для различных регулярных и хаотических режимов генерации – на рисунках 7 и 8.

Согласно полученным результатам, в кольцевом лазере самые короткие импульсы с самыми высокими пиковыми мощностями наблюдаются в случае, когда факторы уши-

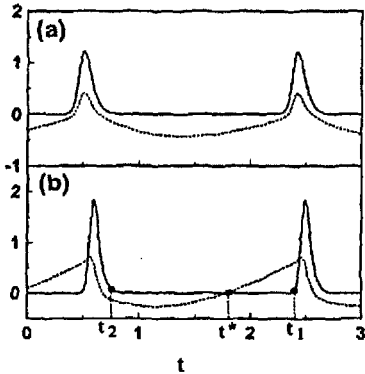


Рис. 9. Временные зависимости лазерной интенсивности (сплошная линия) и параметра интегрального усиления за проход резонатора G (пунктирная линия) для (а) – устойчивых и (б) – неустойчивых по критерию Нью импульсов синхронизации мод. Для импульсов, показанных на рис. (б), параметр интегрального усиления положителен на переднем фронте импульса. t_1 и t_2 соответствуют концу и началу "медленной" стадии эволюции решения уравнений (8)–(10), а t^* – моменту времени, когда G меняет знак.

рения спектральной линии в усиливающей и поглощающей секциях равны друг другу, т.е. $\alpha_g = \alpha_q$. Уменьшение α_g относительно α_q приводит к уменьшению пиковой мощности и увеличению ширины импульса. С другой стороны, для $\alpha_g > \alpha_q$ наблюдался новый механизм разрушения режима синхронизации мод, связанный с переходом от регулярных пульсаций синхронизации мод к хаотическому режиму генерации через перемежаемость. Из результатов численного анализа следует, что для значений факторов уширения спектральной линии отличных от нуля, этот последний механизм является весьма общим, как и известные механизмы, связанные с возникновением неустойчивости на частоте пассивной модуляции добротности, а также переход к гармоническим режимам синхронизации мод с двумя или большим числом импульсов в резонаторе.

Заметим, что критерий устойчивости режима синхронизации Нью [18] имеет качественную природу. Он не учитывает того, что небольшие возмущения могут распространяться в промежутке между импульсами и, в конечном счете, в течение интервала времени порядка γ^{-1} быть поглощены передним или задним фронтом импульса. Это означает, что, даже тогда, когда критерий Нью не выполняется, усиление небольших возмущений не всегда разрушает импульс синхронизации мод. Факт существования устойчивых режимов синхронизации мод с импульсами, имеющими положительное интегральное усиление G на переднем и на заднем фронте, подтверждается численными расчетами (один из таких режимов представлен на рис. 9). Подобные импульсы являются устойчивыми, но не удовлетворяют критерию устойчивости Нью. Количественный подход к описанию их чувствительности к шуму предложен в параграфе 2.6, где получена аналитическая оценка критической мощности шума, достаточной для разрушения режима синхронизации мод.

Дифференциальные уравнения с запаздыванием, описанные в главе 2, могут быть соответствующим образом модифицированы для описания активной и гибридной синхронизации мод или учета таких дополнительных физических эффектов, наблюдаемых в по-

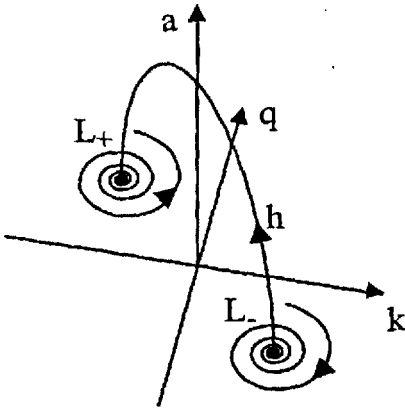


Рис. 10. Гетероклиническая траектория h системы (13), идущая из седлофокуса L_- в седлофокус L_+ . Эта траектория соответствует стационарному автосолиitonному решению уравнения (11).

лупроводниковых лазерах, как, например, быстрая нелинейность, связанная с внутризонными процессами релаксации. Кроме того, при определенных условиях, модель (8) - (10) была обобщена на случай линейного лазера (параграф 2.2). Модификация этой модели для описания пассивной синхронизации мод в полупроводниковом лазере на квантовых точках предложена в работе [21].

В главе 3 для случая одного поперечного измерения исследованы области существования и устойчивости, а также бифуркации локализованных структур (автосолиитонов) света [22, 2], возникающих в щелевом широкоапертурном лазере с насыщающимся поглощением. В рамках приближения среднего поля рассмотрена модель бистабильного лазера класса А, которая задается квазиоптическим уравнением [2]:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = (i + d) \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + E f(|E|^2). \quad (11)$$

Здесь E – амплитуда электромагнитного поля, x и t – безразмерные переменные, описывающие поперечную координату и время, d – коэффициент пространственной фильтрации (диффузии). Функция f представляет собой разность насыщенного коэффициента усиления и коэффициента общих, линейных и нелинейных, потерь:

$$f(|E|^2) = -1 + \frac{(1 - i\Delta_g)g_0}{1 + |E|^2} - \frac{(1 - i\Delta_a)a_0}{1 + s|E|^2}. \quad (12)$$

В уравнение (12) введены коэффициенты ненасыщенного усиления g_0 и поглощения a_0 , нормированные на коэффициент нерезонансных потерь, и отношение интенсивностей насыщения усиливающей и поглощающей сред s . Параметры Δ_g и Δ_a описывают безразмерные расстройки между частотами спектральных линий внутррезонаторных сред и частотой резонатора. Безразмерная интенсивность излучения определяется соотношением $I = |E|^2$.

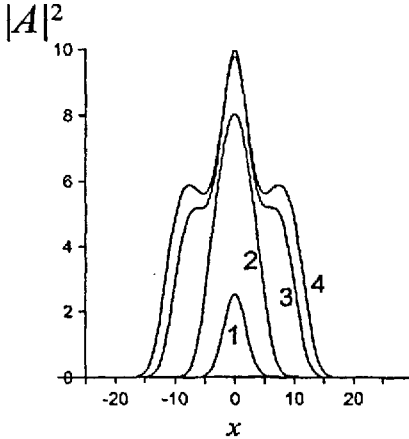


Рис. 11. Различные локализованные решения уравнений (11) и (12) с $g_0 = 2.102$, $d_0 = 2$, $s = 10$, $d = 0$, $\Delta_g = \Delta_a = 0$. Кривые 1, 2, 3 и 4 соответствуют $\alpha = 0.14175$, $\alpha = 0.04218$, $\alpha = 0.06663$ и $\alpha = 0.05934$ соответственно. Устойчиво только автосолитонное решение, помеченное цифрой 4.

Заметим, что в пределе безынерционной нелинейности одна и та же математическая модель (11) с соответствующим образом заданными граничными условиями и функцией $f(|E|^2)$ описывает одномерную поперечную динамику бистабильного лазера, динамику волоконного лазера с пассивной синхронизацией мод и распространение света в одномодовом оптическом волокне с насыщающимися усилением и потерями.

В параграфе 3.2 применяется полуаналитическая процедура нахождения стационарных автосолитонных решений уравнения (11). Эти решения могут быть записаны в виде $E(x, t) = A(x) e^{-i\alpha t}$, где величина α описывает частотный сдвиг автосолитонного решения. Амплитуды автосолитонных решений $A(x) = a(x) e^{i\phi(x)}$ определяются путем нахождения гетероклинических траекторий системы обыкновенных дифференциальных уравнений, которая в случае $d = 0$ принимает вид:

$$\frac{da}{dx} = ak, \quad \frac{dq}{dx} = -2qk + \text{Re}f(a^2), \quad \frac{dk}{dx} = -\alpha + q^2 - k^2 - \text{Im}f(a^2), \quad (13)$$

где $a = |A|$, $q = d\phi/dx$ и $k = a^{-1}da/dx$ – вещественные переменные (см. рис. 10). В случае, когда интенсивность лазерного поля может обращаться в нуль, вместо гетероклинических траекторий системы (13) следует искать гомоклинические траектории четырехмерной системы уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dy_1}{dx} &= y_3, & \frac{dy_2}{dx} &= -\alpha y_3 - y_4 \text{Re}f(y_1) - y_3 \text{Im}f(y_1), & \frac{dy_3}{dx} &= -2\alpha y_1 + 2y_2 - 2y_1 \text{Im}f(y_1), \\ & & & & & & & & & & \frac{dy_4}{dx} &= -2y_1 \text{Re}f(y_1). \end{aligned} \quad (14)$$

где $y_1 = |A|^2$, $y_2 = |dA/dx|^2$, $y_3 = d|A|^2/dx$, $y_4 = i(A^*dA/dx - AdA^*/dx)$ и $4y_1y_2 - y_3^2 - y_4^2 = 0$.

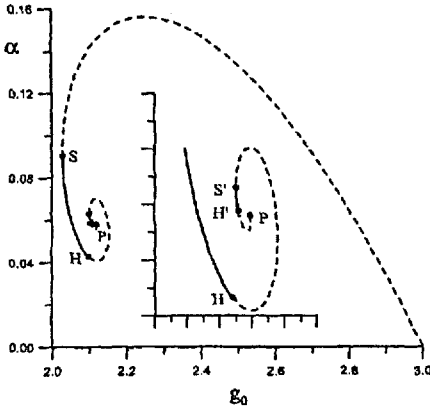


Рис. 12. Кривая, соответствующая стационарному решению уравнения (11) в виде одиночного автосолитона. $a_0 = 2.0$, $s = 10$, $d = 0$, $\Delta_p = \Delta_a = 0$. На врезке изображена увеличенная окрестность точки P . Автосолитонное решение устойчиво (неустойчиво) на участках кривой, обозначенных сплошной (пунктирной) линией. S и S' — точки седлоузловой бифуркации, а H и H' — точки бифуркации Андронова-Хопфа автосолитонного решения. P — бифуркационная точка коразмерности два системы (13).

Показано, что при $d = 0$ стационарные локализованные структуры могут быть двух типов. Структуры первого типа задаются четными функциями переменной x . Для таких структур интенсивность лазерного поля не обращается в нуль при конечных x . Структуры второго типа задаются нечетными функциями x и имеют единственную точку, в которой их интенсивность обращается в нуль. Классификация "многообходных" и "многооборотных" гетероклинических (гомоклинических) траекторий служит основой для классификации стационарных решений в виде одиночных и связанных автосолитонов. В частности, продемонстрировано существование бесконечного набора решений в виде одиночного автосолитона с различной шириной (некоторые из них показаны на рис. 11). Показано, что при заданных значениях параметров лазера из существования одиночного автосолитонного решения, соответствующего "однообходной" гетероклинической траектории системы (13), следует существование бесконечного счетного набора стационарных состояний, образованных двумя связанными автосолитонами и соответствующих "двухобходным" гетероклиническим (гомоклиническим) траекториям. Такие "двухсолитонные" решения могут быть двух типов, описанных выше, причем разные решения одного типа отличаются расстоянием между связанными автосолитонами, которое определяется числом оборотов траектории вблизи неподвижных точек системы (13).

Устойчивость автосолитонных решений, полученных с помощью систем (13) и (14), исследуется в параграфе 3.2.3 с помощью численного решения линеаризованного уравнения и качественного анализа. В частности, в этом параграфе показано, что на ветви автосолитонных решений существует счетное число интервалов устойчивости, каждый из которых ограничен с одной стороны точкой седло-узловой бифуркации, а с другой стороны, — при больших значениях коэффициента ненасыщенного усиления g_0 , — точкой бифуркации Андронова-Хопфа (см. рис. 12). В частности, наиболее широкий интервал устойчивости автосолитона ограничен точкой суперкритической бифуркации Андронова-Хопфа, которая

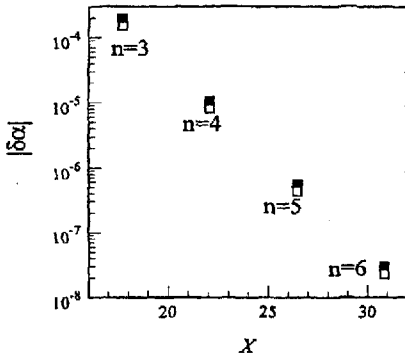


Рис. 13. Абсолютное значение безразмерного частотного сдвига $|\delta\alpha| = \alpha_n - \alpha_0$ как функция безразмерного расстояния X между максимумами интенсивности для синфазного связанного состояния двух автосолитонов. Здесь α_n и α_0 — частота связанного состояния и частота уединенного автосолитона, соответственно, а n — номер связанного состояния. Черные (белые) квадратики показывают связанные состояния, полученные численно (аналитически с помощью редуцированных уравнений).

приводит к мягкому возбуждению осциллирующего автосолитона.

Исследование влияния на динамику лазерных автосолитонов конечных скоростей релаксации населенностей в усиливающей и поглощающей средах проведено в параграфе 3.3, где получен аналитический критерий устойчивости неподвижного солитона и описана бифуркация вилки, приводящая, при изменении скоростей релаксации внутрирезонаторных сред, к появлению автосолитонных структур, равномерно движущихся в поперечном направлении. Показано, что граница бифуркации вилки неподвижного автосолитона представляет собой прямую линию на плоскости параметров τ_g и τ_a , задающих времена релаксации усиливающей и поглощающей среды, соответственно. Хотя в этом параграфе для простоты рассмотрен только случай одномерных автосолитонов, аналогичная бифуркация имеет место и для двумерных автосолитонов, рассмотренных в главе 4.

Исследование взаимодействия пары слабо перекрывающихся одномерных лазерных автосолитонов проведено в параграфе 3.4 главы 3. С помощью асимптотического подхода, предложенного в работе [23], получены редуцированные уравнения, описывающие медленную временную эволюцию координат и фаз взаимодействующих автосолитонов. Проведен анализ устойчивости связанных состояний автосолитонов в той области пространства параметров, где изолированное автосолитонное решение устойчиво. Рассмотрены два различных случая, первый из которых соответствует взаимодействию автосолитонов в поперечном сечении широкоапертурного лазера с насыщающимся поглотителем, когда Галилеевская симметрия модельных уравнений лишь слегка нарушена. Второй случай относится к взаимодействию импульсов синхронизации мод в волоконных лазерах, рассмотренному в работах [24, 25], и характеризуется отсутствием Галилеевской симметрии в модельных уравнениях. Получены аналитические условия устойчивости различных связанных автосолитонных состояний. Анализ редуцированных уравнений показал, что, в зависимости от значений параметров модельных уравнений, существует две ситуации, характеризующиеся качественно различной динамикой взаимодействующих автосолитонов. В одной из этих

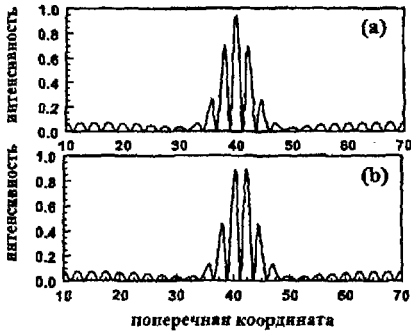


Рис. 14. Профиль безразмерной интенсивности поперечных Брэгговских автосолитонов в нелинейном резонаторе с Керровской средой и фотонно-кристаллическим слоем, коэффициент преломления которого промодулирован в поперечном направлении. (а) – Неустойчивая неподвижная автосолитонная структура. (б) – Устойчивый неподвижный автосолитон.

ситуаций результаты анализа редуцированных уравнений хорошо согласуются с полученными ранее численными результатами исследования взаимодействия одномерных автосолитонных решений обобщенного комплексного уравнения Гинзбурга-Ландау [24, 25, 26]. В другой ситуации, включающей в себя случай поперечных лазерных автосолитонов, могут быть сформированы устойчивые синфазные и антифазные связанные состояния двух автосолитонов, которые ранее в этом уравнении не наблюдались. Движущиеся связанные состояния с разностью фаз $\pm\pi/2$ между автосолитонами неустойчивы в этом последнем случае. Заметим, что из проведенного анализа следует, что в поперечном сечении лазера с насыщающимся поглотителем синфазные и антифазные двухсолитонные связанные состояния устойчивы в том случае, когда значение коэффициента пространственной фильтрации d , являющегося параметром, разрушающим Галилеевскую симметрию, превосходит некоторую малую пороговую величину. Полученные в параграфе 3.4 аналитические результаты хорошо согласуются с численным расчетом связанных автосолитонных состояний, полученных с использованием методов, описанных в параграфе 3.2 (см. рис. 13).

Наконец, в параграфе 3.5 исследуются Брэгговские световые автосолитоны, которые могут возникать в широкоапертурных нелинейных резонаторах с внешней накачкой в присутствии поперечной модуляции коэффициента преломления. Накачка представляет собой две когерентные плоские волны, находящиеся в условии Брэгговского резонанса по отношению к поперечному профилю коэффициента преломления фотонно-кристаллического материала, помещенного в резонатор. Для изучения этих автосолитонов используются главным образом два метода. Первый из них основан на построении амплитудных уравнений для двух волн, распространяющихся навстречу друг другу в поперечном сечении резонатора и связанных за счет Брэгговского отражения на осцилляциях поперечного профиля коэффициента преломления, а второй – на прямом численном моделировании исходных квазиоптических уравнений, записанных в приближении среднего поля. В отличие от обычных резонаторных автосолитонов, характерной особенностью рассматриваемых Брэгговских поперечных автосолитонов являются быстрые пространственные осцилляции интенсивности

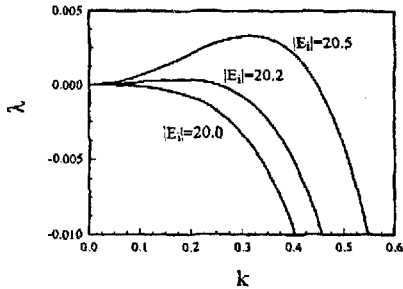


Рис. 15. Собственное число λ , характеризующее устойчивость квазиодномерной полосы, локализованной вдоль оси x , по отношению к возмущениям с волновым вектором k , действующим вдоль оси y . Автосолитон в виде полосы устойчив при $E_i = 20$, слабо неустойчив при $E_i = 20.2$ и неустойчив при $E_i = 20.5$.

с периодом, равным периоду модуляции коэффициента преломления (см. рис. 14). В параграфе исследованы условия возникновения поперечной модуляционной неустойчивости в нелинейном резонаторе с периодической зависимостью коэффициента преломления от пространственной координаты и существования связанных этой неустойчивостью Брэгговских резонаторных автосолитонов. Показано, что для того, чтобы эти автосолитоны были неподвижными, необходимо, чтобы поле накачки было симметричным относительно оси резонатора, и сдвиг фазы между профилем коэффициента преломления и профилем интенсивности поля накачки был равен 0 или π . Рассмотрено влияние малых расстроек, нарушающих симметрию накачки, на свойства Брэгговских автосолитонов и показано, что существует некоторая область захвата, в которой эти автосолитоны остаются неподвижными. За пределами области захвата Брэгговские резонаторные автосолитоны приобретают отличную от нуля поперечную скорость.

В главе 4 исследуются свойства двумерных оптических автосолитонов в пассивных и активных оптических системах. В параграфе 4.2 рассмотрена модель оптического резонатора с внешней инжекцией и с внутрирезонаторной двухуровневой поглощающей средой, время релаксации которой считается намного меньшим времени жизни фотона в резонаторе /2/:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = i \left(\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} \right) - E \left[(1 + i\theta) + \frac{2C(1 - i\Delta)}{1 + \Delta^2 + |E|^2} \right] + E_i. \quad (15)$$

Здесь E - безразмерная, медленно меняющаяся комплексная амплитуда электрического поля, усредненная в продольном направлении, а x и y - поперечные координаты. Амплитуда внешней инжекции E_i однородна в пространстве и не зависит от времени. θ и Δ - безразмерные отстройки частоты накачки и частоты атомного перехода от резонаторной частоты, $2C$ - коэффициент ненасыщенного поглощения.

Проведен полуаналитический анализ неустойчивостей простейших двумерных автосолитонных решений уравнения (15) по отношению к возмущениям, разрушающим их пространственную симметрию. Рассмотрены два типа локализованных структур: круговые

аксиально симметричные автосолитоны и квазиодномерные автосолитоны в виде полосы, бесконечной вдоль одного из двух пространственных направлений. Найдены критические значения напряженности входного поля, выше которых эти два типа автосолитонных решений становятся неустойчивыми относительно возмущений, разрушающих их пространственную симметрию. В частности, круговой автосолитон испытывает неустойчивость по отношению к возмущениям с угловым индексом 2. В результате происходит эллиптическое искажение его формы и расщепление на два светлых пятна, разделенных областью более низкой интенсивности. Квазиодномерная локализованная полоса разрушается в результате пространственной модуляционной неустойчивости (см. рис. 15), граница возникновения которой определяется условием:

$$\text{Im} \int_{-\infty}^{\infty} \psi^\dagger(x) \psi(x) dx = 0,$$

где $\psi(x)$ и $\psi^\dagger(x)$ – трансляционная нейтральная мода линейного оператора, описывающего устойчивость одномерного автосолитонного решения, и нейтральная мода сопряженного оператора, соответственно. С возникновением неустойчивости оба типа двумерных автосолитонов теряют устойчивость с постепенным переходом к одному и тому же стационарному решению в виде гексагонов, заполняющих всю поперечную плоскость резонатора. Результаты исследования устойчивости круговых и квазиодномерных автосолитонов, полученные с помощью полуаналитического подхода, находятся в хорошем согласии с результатами прямого численного интегрирования уравнения (15).

Автосолитоны в резонаторах с когерентной накачкой могут быть возбуждены с помощью узкого пучка света, добавленного к однородному в поперечном направлении пучку накачки /27/. Последний, в идеальном случае, очень широк по сравнению с резонаторным автосолитоном. Поэтому независимые автосолитоны могут быть возбуждены в произвольных точках поперечного сечения резонатора. В том случае, когда они возбуждаются достаточно близко друг к другу, они могут взаимодействовать за счет перекрытия их хвостов, амплитуда которых обычно экспоненциально убывает и осциллирует при удалении от центра автосолитона. В результате этого взаимодействия резонаторные автосолитоны могут формировать кластеры различных геометрических конфигураций. Кластеры различной формы могут также появиться в результате модуляционной неустойчивости, в случае, когда пучок накачки имеет ограниченную ширину, так что может быть возбуждено только ограниченное число резонаторных автосолитонов. Наибольший интерес, естественно, представляют те двумерные кластеры, которые не имеют аналогов в одном измерении, например, треугольники, четырехугольники и т.д. Подобные типы структур наблюдались в оптических резонаторах и экспериментально /27/, и численно /28, 29, 2, 30/.

Для описания взаимодействия двумерных аксиально симметричных резонаторных автосолитонов в параграфе 4.2.5 применен аналитический подход, аналогичный подходу, использованному в главе 3 для случая одного поперечного измерения. Выведены асимп-

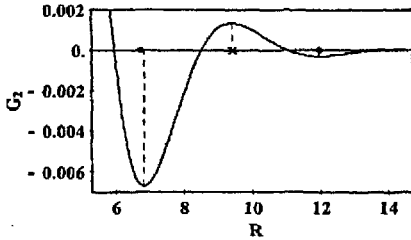


Рис. 16. Потенциал G_2 , описывающий взаимодействие двух резонаторных автосолитонов, как функция расстояния R между ними. Его минимумы соответствуют устойчивым стационарным двухсолитонным кластерам. Точки (крестики) на оси R указывают межсолитонные расстояния для устойчивых (неустойчивых) кластеров, полученных с помощью численного решения уравнения (15).

тотические уравнения, описывающие временную эволюцию $2N$ пространственных координат N взаимодействующих резонаторных автосолитонов. Эти уравнения могут быть записаны в градиентной форме

$$\frac{d\mathbf{R}_n}{dt} = \nabla_{\mathbf{R}_n} G_N, \quad (16)$$

где \mathbf{R}_n – радиус-вектор, задающий положение центра симметрии автосолитона с номером n , а G_N – функция потенциала N взаимодействующих автосолитонов. Было получено замкнутое аналитическое выражение для потенциала взаимодействия G_N через модифицированные функции Бесселя K_0 :

$$G_N = 4\pi \text{Im} \left[\frac{c}{\mu} \sum_{j \neq l}^N K_0(\mu |\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_l|) \right], \quad (17)$$

где c и μ – комплексные константы, которые находились численно. Выражение (17) имеет универсальный характер и область применимости, выходящую далеко за пределы рассматриваемой модели. Условия существования и устойчивости различных двумерных автосолитонных кластеров, соответствующих критическим точкам потенциала G_N (см. рис. 16), были проанализированы с помощью уравнений (16) и (17). Было продемонстрировано качественное различие между свойствами устойчивости треугольных и квадратных автосолитонных кластеров, которое подчеркивает роль диагональных взаимодействий в последнем. Кроме того было проведено сравнение аналитических результатов с результатами прямого численного моделирования исходных уравнений, а так же с результатами численного линейного анализа устойчивости кластеров. Заметим, что автосолитоны в рассматриваемой модели пассивного резонатора имеют минимальное число возможных степеней свободы, которые определяются только координатами их положения в поперечной плоскости.

Взаимодействие двумерных диссипативных солитонов, имеющих фазовую и другие степени свободы, представляет собой еще более интересную проблему. Такое взаимодействие рассмотрено в параграфе 4.3 на примере автосолитонов в двумерном поперечном сечении бистабильного лазера, когда, помимо трансляционной симметрии, модельные уравнения инвариантны по отношению к сдвигу фазы. Вследствие этой симметрии в редуцированных уравнениях появляется N дополнительных переменных, соответствующих фазам индивидуальных автосолитонов. Присутствие этих новых степеней свободы существенно

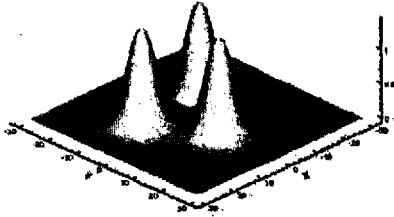


Рис. 17. Амплитуда устойчивого кластера уравнения (20) в виде равностороннего треугольника, образованного тремя синфазными автосолитонами.

влияет на характер взаимодействия. В частности, оно приводит к появлению двигающихся и вращающихся двумерных автосолитонных кластеров. Так как рассматривается типичный для широкоапертурных бистабильных лазеров случай, когда Галилеевская симметрия модельных уравнений лишь слегка нарушена, уравнения, управляющие временной эволюцией пространственных координат автосолитонов, представляют собой дифференциальные уравнения второго порядка, подобные тем, которые описывают взаимодействие материальных точек в механике Ньютона. Следует однако заметить, что из-за присутствия вышеупомянутых фазовых переменных третий закон Ньютона для взаимодействующих автосолитонов не выполняется.

В параграфе 4.3.3 с помощью метода многих масштабов в замкнутой аналитической форме выводятся редуцированные уравнения, описывающие временную эволюцию координат \mathbf{R}_n и фаз φ_n N взаимодействующих автосолитонов в поперечном сечении бистабильного лазера:

$$\frac{d^2 \mathbf{R}_n}{dt^2} + D \frac{d \mathbf{R}_n}{dt} = \sum_{q \neq n} \nabla_{\mathbf{R}_n} f_{nq}^{(r)}, \quad \frac{d \varphi_n}{dt} = \sum_{q \neq n} f_{nq}^{(\varphi)} + Q \left| \frac{d \mathbf{R}_n}{dt} \right|^2, \quad (18)$$

$$f_{nq}^{(r, \varphi)} = \frac{4\pi}{m(r, \varphi)} \text{Im} \left\{ e^{i(\varphi_n - \varphi_q) - i \arg(\gamma - i\omega) + i\theta_{1,2}} K_0 [(\gamma - i\omega) |\mathbf{R}_n - \mathbf{R}_q|] \right\}. \quad (19)$$

Здесь D – эффективный коэффициент трения, Q – описывает сдвиг частоты автосолитона за счет его движения. Вещественные коэффициенты $m^{(r)}$, $m^{(\varphi)}$, θ_1 , θ_2 , γ и ω зависят от параметров исходной лазерной модели. Величина $\nabla_{\mathbf{R}_n} f_{nq}^{(r)}$ представляет собой силу, действующую на автосолитон n со стороны автосолитона q . Из нашего анализа следует, что, когда автосолитоны достаточно хорошо разнесены в пространстве, их взаимодействие определяется только симметриями модельных уравнений и асимптотическим поведением самого автосолитонного решения и нейтральных мод сопряженного линейного оператора, описывающего устойчивость этого решения.

С помощью редуцированных уравнений (18) и (19) описаны двумерные кластеры, состоящие из двух и трех лазерных автосолитонов (см. рис. 17). Изучены свойства устойчивости различных связанных состояний двух автосолитонов и трехсолитонных кластеров. Предсказано существование новых типов устойчивых, равномерно двигающихся и рав-

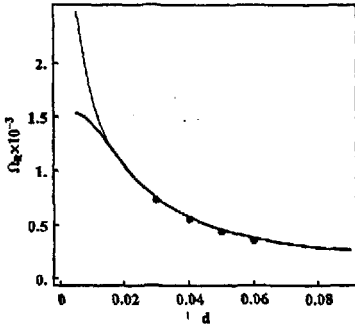


Рис. 18. Зависимость угловой скорости вращающегося трехсолитонного кластера от коэффициента диффузии d , полученная с помощью редуцированных уравнений (18) и (19). Тонкая линия получена без учета центробежной силы. Точки соответствуют значениям угловой скорости, полученным с помощью прямого численного решения обобщенного уравнения Гинзбурга-Ландау (20).

номерно вращающихся треугольных кластеров. Полученные аналитически характеристики и свойства устойчивости этих кластеров, такие как угловая скорость вращающегося кластера, хорошо согласуются с результатами прямого численного моделирования взаимодействия двумерных автосолитонных решений обобщенного комплексного уравнения Гинзбурга-Ландау

$$\frac{dE}{dt} = (i + d) \left(\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} \right) + E \left[-c_0 + (c_1 + ic_2) |E|^2 - (c_3 + ic_4) |E|^4 \right], \quad (20)$$

которое представляет собой частный случай уравнения (11) (см. рис. 18).

Основные результаты работы

1. Предложена обобщенная фазовая модель Курамото для описания синхронизации лазеров, связанных запаздывающей глобальной оптической связью.
2. Проанализировано влияние временной задержки обратной связи и релаксационных колебаний лазеров на качество синхронизации. Показано, что достаточно большая временная задержка благоприятствует синфазной синхронизации.
3. Проведено исследование влияния дисперсии частот генерации лазеров на качество синхронизации в решетке. Обнаружен второй порог по силе связи между лазерами, выше которого происходит постепенная деградация синхронизации в решетке и показано, что максимальная степень синхронизации достигается при конечной величине силы связи.
4. Предложена и проанализирована новая модель для описания синхронизации мод в полупроводниковых лазерах, представляющая собой систему дифференциальных уравнений с запаздыванием.
5. Построены отображения для описания преобразования параметров импульса синхронизации мод в полупроводниковом лазере за обход резонатора. Проведено сравнение теоретических результатов с экспериментальными данными, полученными для монолитного полупроводникового лазера.

6. Проведено численное исследование режима синхронизации мод в монолитном полупроводниковом лазере, а также его устойчивости и бифуркаций.
7. Разработана процедура полуаналитического нахождения и классификации одномерных лазерных автосолитонов. Исследованы свойства устойчивости таких автосолитонов и их бифуркации.
8. Аналитически описана граница бифуркации неподвижного лазерного автосолитона в автосолитон, движущийся в поперечном направлении.
9. Теоретически предсказано существование неподвижных Брэгговских автосолитонов в широкоапертурных нелинейных резонаторах в присутствии поперечной модуляции коэффициента преломления. Изучены условия существования таких автосолитонов и их устойчивость.
10. Исследована устойчивость простейших двумерных лазерных и резонаторных автосолитонов по отношению к возмущениям, разрушающим их пространственную симметрию. Проанализированы бифуркации таких автосолитонов.
11. Построена асимптотическая теория слабого взаимодействия идентичных одномерных и двумерных оптических автосолитонов.
12. Изучены свойства простейших связанных состояний и двумерных кластеров оптических автосолитонов, включая кластеры, вращающиеся и движущиеся в поперечном направлении.

Основное содержание диссертационной работы изложено в нижеперечисленных статьях:

1. Владимиров А. Г., Фрадкин Э. Е. Режим динамического хаоса в генерации лазера с поглощающей ячейкой // *Оптика и спектроскопия*. —1989. — Т. 67, № 1. — с. 219–221.
2. Владимиров А. Г., Пелюхова Е. Б., Фрадкин Э. Е. Периодическая одномодовая генерация в лазере с поглощающей ячейкой // *Оптика и спектроскопия*. —1989. — Т. 67, № 4. — с. 944–948.
3. Vladimirov A. G., Pelyukhova E.B., Fradkin E.E. Periodic and Chaotic Operations of a Laser with a Saturable Absorber // *OSA Proceedings on Nonlinear Dynamics in Optical Systems*. —1991. — Optical Society of America — Vol. 7, — Pp. 527-530.
4. Vladimirov A. G., Volkov D. Yu. Low-intensity chaotic operations of a laser with a saturable absorber // *Optics Communications*. —1993. — Vol. 100, no. 1-4. — Pp. 351–360.
5. Vladimirov A. G. Theoretical Analysis of Multimode Instability in a Laser with a Saturable Absorber // *Nonlinear Dynamics in Lasers and Optical Systems, Proceedings of SPIE*. —1994. — Vol. 2099 — Pp. 130–140.

6. Владимиров А. Г., Торонов В. Ю., Дербов В. Л. О комплексной модели Лоренца // *Известия ВУЗов. Прикладная нелинейная динамика*. — 1995. — Т. 3, № 6. — с. 78–82.
7. Skryabin D. V., Vladimirov A. G., Radin A. M. Spontaneous phase symmetry breaking due to cavity detuning in a class-A bidirectional ring laser // *Optics Communications*. — 1995. — Vol. 116, no. 1-3. — Pp. 109–115.
8. Скрябин Д. В., Владимиров А. Г., Радин А. М. Автоколебательные режимы в кольцевом газовом лазере // *Оптика и спектроскопия*. — 1995. — Т. 78, № 6. — с. 989–998.
9. Vladimirov A. G., Skryabin D. V. Dynamics of transverse modes in a class-B laser // *Nonlinear Dynamics in Lasers, Proceedings of SPIE*. — 1996. — Vol. 2794 — Pp. 242–252.
10. Владимиров А. Г., Розанов Н. Н., Федоров С. В., Ходова Г. В. Бифуркационный анализ лазерных автосолитонов // *Квантовая электроника*. — 1997. — Т. 24, № 11. — с. 978–982.
11. Владимиров А. Г., Скрябин Д. В. Динамические неустойчивости при взаимодействии поперечных мод в лазере класса В // *Квантовая Электроника*. — 1997. — Т. 24, № 10. — с. 913–917.
12. Скрябин Д. В., Владимиров А. Г., Радин А. М. Фазовая и амплитудная динамика мод TEM₁₀ и TEM₀₁ в лазере класса В // *Квантовая электроника*. — 1997. — Т. 24, № 10. — с. 918–922.
13. Vladimirov A. G., Toronov V. Yu., Derbov V. L. Complex Lorenz equations // *Current Russian Research in Optics and Photonics on Nonlinear Dynamics of Laser and Optical Systems, Proceedings of SPIE*. — 1997. — Vol. 3177 — Pp. 97–106.
14. Владимиров А. Г. Возникновение генерации в многомодовом лазере с насыщающимся поглотителем // *Оптика и спектроскопия*. — 1997. — Т. 82, № 4. — с. 688–695.
15. Владимиров А. Г., Розанов Н. Н., Федоров С. В., Ходова Г. В. Анализ устойчивости лазерных солитонов // *Квантовая электроника*. — 1998. — Т. 25, № 1. — с. 58–60.
16. Федоров С. В., Розанов Н. Н., Владимиров А. Г. Автосолитоны в бистабильных лазерах класса В // *Оптика и спектроскопия*. — 1998. — Т. 85, № 6. — с. 986–988.
17. Vladimirov A. G., Toronov V., Derbov V. The complex Lorenz model: geometric structure, homoclinic bifurcation and one-dimensional map // *International Journal of Bifurcations and Chaos*. — 1998. — Vol. 8, no. 4. — Pp. 723–729.
18. Владимиров А. Г., Торонов В. Ю., Дербов В. Л. Свойства фазового пространства и бифуркации в комплексной модели Лоренца // *Техническая физика*. — 1998. — Т. 43, № 8. — с. 877–729.
19. Vladimirov A. G. Bifurcation analysis of a bidirectional class B laser // *Optics Communications*. — 1998. — Vol. 149, no. 1-3. — Pp. 67–72.
20. Vladimirov A. G., Mandel P., Yelin S., Lukin M. Nonlinear dynamics in a single mode three-level laser without inversion // *Phys. Rev. E*. — 1998. — Vol. 57, no. 2. — Pp. 1499–1510.

21. Vladimirov A. G., Mandel P. Intracavity second harmonic generation: the steady-state solutions // *Phys. Rev. A.*— 1998. — Vol. 58, no. 4. — Pp. 3320–3327.
22. Vladimirov A. G., Viktorov E.A., Mandel P. Multidimensional quasiperiodic antiphase dynamics // *Phys. Rev. E.*— 1999. — Vol. 60, no. 2. — Pp. 1616–1629.
23. Vladimirov A. G., Fedorov S. V., Kaliteevskii N. A., Khodova G. V., Rosanov N. N. Numerical investigation of laser localized structures // *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics.* — 1999. — Т. 1. — Pp. 101–106.
24. Владимиров А. Г., Розанов Н. Н. Об устойчивости и осцилляциях солитонов, описываемых возмущенным нелинейным уравнением Шредингера // *Оптика и спектроскопия.* — 2000.— Т. 89, № 5. — с. 731–739.
25. Розанов Н. Н., Высотина Н. В., Владимиров А. Г. Непараксиальный пространственный оптический солитон в среде с Керровской нелинейностью // *Журнал экспериментальной и теоретической физики.* — 2000. — Т. 91, № 6. — с. 1130–1140.
26. Веретеннов Н. А., Владимиров А. Г., Калитеевский Н. А., Розанов Н. Н., Федоров С. В., Шацев А. Н. Об условиях существования лазерных пульс // *Оптика и спектроскопия.* — 2000. — Т. 89, № 3. — с. 416–419.
27. Kozyreff G., Vladimirov A.G., Mandel P. Global coupling with time delay in an array of semiconductor lasers // *Phys. Rev. Lett.* — 2000. — Vol. 85, no. 18. — Pp. 3809–3812 .
28. Viktorov E. A., Vladimirov A. G., Mandel P. Symmetry breaking and dynamical independence in a multimode laser // *Phys. Rev. E.* — 2000. — Vol. 61, no. 5. — Pp. 6312–6317.
29. Malomed B., Vladimirov A. G., Khodova G. V., Rosanov N. N. Stable autosolitons in dispersive media with saturable gain and absorption// *Physics Letters A.* — 2000. — Vol. 274. — Pp. 111–116.
30. Fedorov S. V., Vladimirov A. G., Khodova G. V., Rosanov N. N. Effect of frequency detunings and finite relaxation rates on laser localized structures // *Phys. Rev. E.*— 2000. — Vol. 61, no. 5. — Pp. 5814–5824.
31. Vladimirov A. G., Khodova G. V., Rosanov N. N. Stable bound states of one-dimensional autosolitons in a bistable laser // *Phys. Rev. E.* — 2001. — Vol. 63. — P. 056607-1–6.
32. Kozyreff G., Vladimirov A.G., Mandel P. Dynamics of semiconductor laser array with delayed global coupling // *Phys. Rev. E.* — 2001. — Vol. 63, no. 1. — Pp. 016613-1–12 .
33. Fedorov S. V., Rosanov N. N., Shatsev A. N., Veretenov N.A., Vladimirov A. G. Oscillating and rotating states for laser solitons // *Nonlinear Optical Phenomena and Nonlinear Dynamics of Optical Systems, Proceedings of SPIE.* —2002. — Vol. 4751 — Pp. 471–477.
34. Vladimirov A. G., McSloy J., Skryabin D. V., Firth W. J. Two-dimensional clusters of solitary structures in driven optical cavities // *Phys. Rev. E.* — 2002. — Vol. 65. — P. 046606-1–11.
35. Skryabin D. V., Vladimirov A. G. Vortex induced rotation of clusters of localized states in the complex Ginzburg-Landau equation // *Phys. Rev. Lett.* — 2002. — Vol. 89, no. 4. — P. 044101-1–4.

36. Tlidi M., Vladimirov A. G., Mandel P. Curvature instability in passive diffractive resonators // *Phys. Rev. Lett.* — 2002. — Vol. 89, no. 23. — P. 233901-1-4.
37. Rosanov N. N., Vladimirov A. G., Skryabin D. V., Firth W. J. Internal oscillations of solitons in two-dimensional NLS equation with nonlocal nonlinearity // *Physics Letters A.* — 2002. — Vol. 293, no. 1-2. — Pp. 45-49.
38. Vladimirov A. G., Kozyreff G., Mandel P. Synchronization of weakly stable oscillators and semiconductor laser arrays // *Europhysics Letters.* — 2003. — Vol. 61, no. 5. — Pp. 613-619.
39. Tlidi M., Vladimirov A. G., Mandel P. Interaction and stability of periodic and localized structures in optical bistable systems // *IEEE Journal of Quantum Electronics.* — 2003. — Vol. QE-39, no. 2. — Pp. 197-205.
40. Fedorov S. V., Rosanov N. N., Shatsev A. N., Veretenov N. A., Vladimirov A. G. Topologically multicharged and multihumped rotating solitons in wide-aperture lasers with a saturable absorber // *IEEE Journal of Quantum Electronics.* — 2003. — Vol. QE-39, no. 2. — Pp. 216-226.
41. Владимиров А. Г., Тураев Д. Новая модель для описания синхронизации мод в полупроводниковом лазере // *Известия высших учебных заведений. Радиофизика.* — 2004. — Т. 47, № 10-11. — с. 857-865.
42. Vladimirov A. G., Turaev D., Kozyreff G. Delay differential equations for mode-locked semiconductor lasers // *Optics Letters* — 2004. — Vol. 29. — Pp. 1221-1223.
43. Vladimirov A. G., Turaev D. Model for passive mode-locking in semiconductor lasers // *Phys. Rev. A.* — 2005. — Vol. 72. — P. 033808-1-13.
44. Vladimirov A. G., Skryabin D. V., Kozyreff G., Mandel P., Tlidi M. Bragg localized structures in a passive cavity with transverse modulation of the refractive index and the pump // *Optics Express.* — 2006. — Vol. 15, no. 1. — Pp. 1-6.
45. Viktorov E. A., Mandel P., Vladimirov A. G., Bandelow U. A model for mode-locking in quantum dot lasers // *Appl. Phys. Lett.* — 2006. — Vol. 88. — P. 201102-1-3.
46. Rachinskii D., Vladimirov A. G., Bandelow U., Huettl B., Kaiser R. Q-switching instability in a mode-locked semiconductor laser // *J. Opt. Soc. Am. B.* — 2006. — Vol. 23, no. 4. — Pp. 663-670.
47. Bandelow U., Radziunas M., Vladimirov A. G., Huettl B., Kaiser R. 40 GHz modelocked semiconductor lasers: Theory, simulations and experiment // *Optical and Quantum Electronics.* — 2006. — Vol. 38, no. 4. — Pp. 495-512.
48. Nizette M., Rachinskii D., Vladimirov A. G., Wolfrum M. Pulse interaction via gain and loss dynamics in passive mode-locking // *Physica D.* — 2006. — Vol. 218, no. 1. — Pp. 95-104.

Цитированная литература

1. Ханин, Я. И. Основы динамики лазеров / Я. И. Ханин. — М.: Физматлит, 1999.
2. Розанов, Н. Н. Оптическая бистабильность и гистерезис в распределенных нелинейных системах / Н. Н. Розанов. — М.: Наука, 1997.
3. *Rozanov, N. N. Spatial hysteresis and optical patterns / N. N. Rosanov. — Berlin: Springer, 2002. — Vol. XII of Springer series in synergetics. — 308 p.*
4. Розанов, Н. Н. Большая Российская Энциклопедия / Н. Н. Розанов. — М.: Научное издательство Большая Российская Энциклопедия, 2005. — Р. 171.
5. Николис, Г. Самоорганизация в неравновесных системах: От диссипативных структур к упорядоченности через флуктуации / Г. Николис, И. Пригожин. — М.: Мир, 1979. — 512 с.
6. Хакен, Г. Синергетика. / Г. Хакен. — М.: Мир, 1980.
7. Глова, А. Ф. Синхронизация излучения лазеров с оптической связью / А. Ф. Глова // *Квант. электроника.* — 2003. — Т. 33, № 4. — С. 283–306.
8. Розанов, Н. Н. О спектре лазера с дополнительным зеркалом / Н. Н. Розанов // *Оптика и спектроскопия.* — 1974. — Т. 36, № 1. — С. 179–182.
9. Lang, R. External optical feedback effects on semiconductor injection laser properties / R. Lang, K. Kobayashi // *IEEE J. Quantum Electron.* — 1980. — Vol. QE-16. — Pp. 347–355.
10. Kuramoto, Y. Chemical Oscillations, Waves, and Turbulence / Y. Kuramoto. — Berlin: Springer-Verlag, 1984.
11. Strogatz, S. H. From Kuramoto to Crawford: Exploring the onset of synchronization in populations of coupled oscillators / S. H. Strogatz // *Physica D.* — 2000. — Vol. 143, no. 1-4. — Pp. 1–20.
12. Tartwijk, G. H. M. V. Semiconductor lasers with optical injection and feedback / G. H. M. V. Tartwijk, D. Lenstra // *Quantum Semiclass. Opt.* — 1995. — Vol. 7. — Pp. 87–143.
13. Yeung, M. K. S. Time delay in the Kuramoto model of coupled oscillators / M. K. S. Yeung, S. H. Strogatz // *Phys. Rev. Lett.* — 1999. — Vol. 82, no. 3. — Pp. 648–651.
14. The theory of phase locking of globally coupled lasers / S. Y. Kourtchatov, V. V. Likhanskii, A. P. Napartovich et al. // *Phys. Rev. A.* — 1995. — Vol. 52, no. 5. — Pp. 4089–4094.
15. Giacomelli, G. Relationship between delayed and spatially extended dynamical systems / G. Giacomelli, A. Politi // *Phys. Rev. Lett.* — 1996. — Vol. 76. — Pp. 2686–2689.
16. Кащенко, С. А. Уравнение Гинзбурга-Ландау как нормальная форма для дифференциально-разностного уравнения второго порядка с большим запаздыванием / С. А. Кащенко // *Журнал вычислительной математики и математической физики.* — 1998. — Т. 38, № 3. — С. 443–451.
17. Haus, H. Modelocking of lasers / H. Haus // *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* — 2000. — Vol. 6. — Pp. 1173–1185.

18. New, G. H. C. Pulse evolution in mode-locked quasi-continuous lasers / G. H. C. New // *IEEE J. Quantum Electron.* — 1974. — Vol. 10. — Pp. 115–124.
19. Haus, H. Theory of mode locking with a slow saturable absorber / H. Haus // *IEEE J. Quantum Electron.* — 1975. — Vol. 11. — Pp. 736–746.
20. 40 GHz modelocked semiconductor lasers: Theory, simulations and experiment / U. Bandelow, M. Radziunas, A. G. Vladimirov et al. // *Optical and Quantum Electronics.* — 2006. — Vol. 38, no. 4. — Pp. 495–512.
21. A model for mode-locking in quantum dot lasers / E. A. Viktorov, P. Mandel, A. G. Vladimirov, U. Bandelow // *Appl. Phys. Lett.* — 2006. — Vol. 88. — P. 201102 (3 pages).
22. Розанов, Н. Н. Дифракционные волны переключения и автосолитоны в лазере с насыщающимся поглощением / Н. Н. Розанов, С. В. Федоров // *Оптика и спектроскопия.* — 1992. — Т. 72, № 6. — С. 1394–1399.
23. Gorshkov, K. A. Interactions of solitons in nonintegrable systems: Direct perturbation method and applications / K. A. Gorshkov, L. A. Ostrovsky // *Physica.* — 1981. — Vol. 3D. — Pp. 428–438.
24. Akhmediev, N. N. Multisoliton solutions of the complex Ginzburg-Landau equation / N. N. Akhmediev, A. Ankiewicz, J. M. Soto-Crespo // *Phys. Rev. Lett.* — 1997. — Vol. 79, no. 21. — Pp. 4047–4050.
25. Akhmediev, N. N. Stable soliton pairs in optical transmission lines and fiber lasers / N. N. Akhmediev, A. Ankiewicz, J. M. Soto-Crespo // *Journal of the Optical Society of America B.* — 1998. — Vol. 15, no. 2. — Pp. 515–523.
26. Ахмедиев, Н. Н. Солитоны. Нелинейные импульсы и пучки / Н. Н. Ахмедиев, А. Анкевич. — М.: Физматлит, 2003.
27. Patterns and localized structures in bistable semiconductor resonators / V. B. Taranenko, I. Ganne, R. J. Kuszelewicz, C. O. Weiss // *Phys. Rev. A.* — 2000. — Vol. 61, no. 6. — P. 063818 [5 pages].
28. Rosanov, N. N. Diffractive autosolitons in nonlinear interferometers / N. N. Rosanov, G. V. Khodova // *Journal of the Optical Society of America B.* — 1990. — Vol. 7. — Pp. 1057–1065.
29. Rosanov, N. N. Transverse Patterns in Wide-Aperture Non-Linear Optical Systems / N. N. Rosanov // *Progress in Optics* / Ed. by E. Wolf. — Amsterdam: North-Holland, 1996. — Vol. XXXV. — Pp. 1–60.
30. Tlidi, M. Localized structures and localized patterns in optical bistability / M. Tlidi, P. Mandel, R. Lefever // *Phys. Rev. Lett.* — 1994. — Vol. 73, no. 5. — Pp. 640–643.

**Отпечатано копировально-множительным участком отдела
обслуживания учебного процесса физического факультета СПбГУ.
Приказ № 571/1 от 14.05.03.**

**Подписано в печать 17.10.06 с оригинал-макета заказчика.
Ф-т 30х42/4, Усл. печ. л. 2 Тираж 100 экз., Заказ № 438/с
198504, СПб, Ст. Петергоф, ул. Ульяновская, д. 3, тел. 428-43-00.**