

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ В МОДЕЛИРОВАНИИ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ ПРОЦЕССОВ ИЗЛУЧЕНИЯ, ОБРАЗУЕМОГО СИЛЬНОТОЧНЫМИ ПУЧКАМИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В НЕОДНОМЕРНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННО-ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ

С. Н. Сытова

Введение

Принцип работы объемных лазеров на свободных электронах (ОЛСЭ) основан на взаимодействии релятивистского электронного пучка в синхронизме с формирующимися в области генерации двумя или более сильно связанными электромагнитными волнами в существенно неоднородной геометрии вследствие динамической дифракции Брэгга вблизи пересечения корней дисперсионного уравнения [1, 2]. Теория ОЛСЭ справедлива во многоволновых геометриях для всех частотных диапазонов [3, 4]. В качестве резонатора в различных диапазонах длин волн выступают естественные кристаллы (в рентгеновском диапазоне) либо искусственные пространственно-периодические структуры – электромагнитные (фотонные) кристаллы в других диапазонах. Длина периода пространственной решетки такого кристалла пропорциональна длине волны. Экспериментальное исследование ОЛСЭ в настоящее время проводится в НИИ ЯП БГУ в диапазоне длин волн ГГц с сеточными и фольговыми многосекционными резонаторами (фотонными кристаллами) [5].

Главной особенностью ОЛСЭ является одновременное выполнение двух условий – условия синхронизма электронного пучка с электромагнитными волнами и условия дифракции этих волн в резонаторе в области вблизи пересечения корней дисперсионного уравнения. Ни в одном из известных электронных приборов кроме ОЛСЭ не используется работа генератора в таких условиях. Динамическая дифракция, в результате которой в области генерации формируются две (или более) сильно связанные волны, обеспечивает объемную распределенную обратную связь (ОРОС), в которой волновые векторы проходящих и дифрагированных волн, а также вектор скорости электронов пучка расположены под углами друг к другу. В результате электромагнитные волны взаимодействуют с электронным пучком более эффективно, поскольку групповая скорость электромагнитной волны резко уменьшается, излучение за счет непрерывного переотражения на периодических плоскостях резонатора задерживается в области взаимодействия электронного пучка с волной и, таким образом, взаимодействие происходит более эффективно. Еще одно преимущество ОЛСЭ – его сверхразмерность, означающая использование электронного пучка с поперечным сечением много больше длины волны. Благодаря этому и ОРОС электроны пучка более эффективно отдают свою энергию электромагнитному полю. Большие поперечные размеры электронного пучка позволяют распределить его мощность и мощность генерируемой волны по большему объему, тем самым снижая локальную нагрузку на

отдельные элементы. Генерация большого количества нежелательных мод, ведущая к деструктивной интерференции и некогерентности излучения, подавляется ОРОС, которая позволяет выделить требуемые моды и подавить нежелательные.

В [2, 6] показано, что ОЛСЭ может функционировать в конфигурации с несколькими пучками заряженных частиц и такие многопучковые ОЛСЭ могут быть рассмотрены как системы с фазовой синхронизацией – self-phase-locking system. Аналогами многопучковых ОЛСЭ являются двухпоточковые, многопоточковые и многопучковые ЛСЭ, широко исследуемые начиная с начала 80-х годов [7–10].

Линейный режим работы ОЛСЭ изучен достаточно хорошо [1–4], но он быстро сменяется нелинейной стадией, на которой происходит основная генерация излучения. Математические модели этой стадии представляют собой системы многомерных нелинейных интегро-дифференциальных уравнений. Очевидно, что нелинейный режим работы может быть исследован только методами математического моделирования [11–18].

В данной работе предлагается обобщенная система уравнений, описывающая различные геометрии многоволновых ОЛСЭ, включая многосекционные ОЛСЭ, а также внешние зеркала, дисперсию электромагнитных волн в системе и др. Предлагается вариант ОЛСЭ, когда через резонатор могут двигаться несколько пучков (навстречу либо параллельно), находясь в синхронизме с одной из электромагнитных волн. Такая система уравнений может быть получена из уравнений Максвелла в приближении медленно меняющихся амплитуд. Пучки заряженных частиц моделируются усреднением по фазам влета релятивистских электронов в область взаимодействия – по моменту и поперечной координате влета. В [11] предложена система для двухволнового ОЛСЭ с внешними зеркалами, а также методы ее решения. В [12–13] рассматриваются различные многоволновые схемы ОЛСЭ. В [13] также была исследована система с учетом дисперсии электромагнитных волн и было показано, что хотя характер динамического решения ОЛСЭ сохраняется, дисперсию электромагнитных волн в системе учитывать необходимо, особенно при исследовании различных хаотических режимов работы ОЛСЭ. Система уравнений для многопучковых ОЛСЭ впервые рассматривались в [14].

В данной работе предлагаются также численные методы решения обобщенной системы, позволяющие использовать параллельные вычисления, а также некоторые результаты моделирования ОЛСЭ, в частности, промоделирована работа двухволнового двухпучкового ОЛСЭ.

Обобщенная система уравнений ОЛСЭ

Рассмотрим несколько схем ОЛСЭ. На Рис. 1а изображена схема «классического» двухволнового ОЛСЭ в геометрии Брэгга. Здесь релятивистский электронный пучок со скоростью u падает на резонатор (фотонный кристалл) длиной L . Проходя через резонатор, электроны пучка начинают испускать спонтанное излучение, которое при одновременном выполнении условий дифракции

$2\mathbf{k}\boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}^2 \approx 0$ и условий синхронизма $|\omega - \mathbf{k}\mathbf{u}| = \delta\omega \approx 0$ преобразуется в коллективное квазичеренковское излучение с частотой ω и волновыми векторами \mathbf{k} и $\mathbf{k}_\tau = \mathbf{k} + \boldsymbol{\tau}$, где $\boldsymbol{\tau}$ – вектор обратной решетки резонатора (отмечены на Рис.1а цифрами 3 и 4).

В ОЛСЭ возможны несколько различных режимов работы. Первый режим – когда величина плотности тока пучка j либо длина системы L меньше пороговых значений и коллективное излучение отсутствует. Следующий режим – режим усиления электронным пучком внешних падающих электромагнитных волн (отмеченных на Рис.1а цифрами 1 и 2) – реализуется при достижении критических пороговых величин j или L , когда потери в системе сравниваются с энергией излучения. При дальнейшем увеличении тока или длины системы и превышении ими следующего порогового значения осуществляется режим генерации.

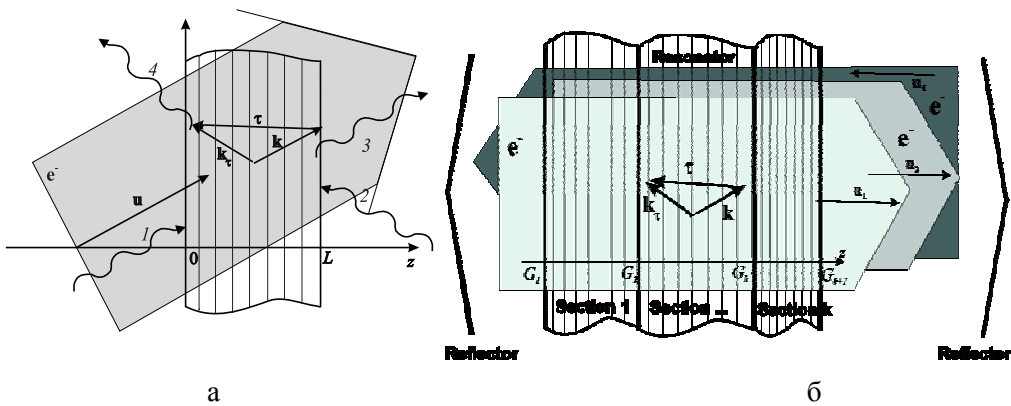


Рис. 1. Схемы ОЛСЭ: двухволновой ОЛСЭ в геометрии Брэгга (а), многопучковый многосекционный ОЛСЭ с внешними зеркалами (б)

В многопучковом ОЛСЭ несколько электронных пучков проходят через резонатор и находятся в синхронизме с разными электромагнитными волнами в системе. Вариант, когда на систему падают несколько электронных пучков со слегка различающимися скоростями, находящихся в синхронизме с одной волной, будет ОЛСЭ с многопотоковой неустойчивостью. Также можно рассмотреть резонатор, состоящий из нескольких секций с различными параметрами, и другие варианты, в том числе установку снаружи системы внешних зеркал, обеспечивающих дополнительную ОРОС электромагнитных волн в системе. Все это изображено на Рис. 1б.

Таким образом, система уравнений, описывающая вышеперечисленные случаи, может быть получена следующим образом. Пусть резонатор ОЛСЭ длиной L состоит из l секций с отличающимися параметрами. Рассмотрим следующую область:

$$\Omega = \mathbf{G}(z) \cup \{-2\pi \leq p \leq 2\pi\} \cup \{t > 0\}, \quad (1)$$

$$\mathbf{G}(z) = \bigcup_{i=1}^l G_i, \quad G_i = [z_i^1, z_i^2], \quad z_i^2 = z_{i+1}^1, \quad z_1^1 = 0, \quad z_l^2 = L.$$

Пусть в системе в условиях динамической дифракции образуются N электромагнитных волн $E_i(z, t)$ по n_i волн в каждой i -той секции, $\sum_{i=1}^l n_i = N$. Пусть

на систему падает $M = M^{left} + M^{right}$ пучков электронов: M^{left} пучков, пришедших с границы $z = 0$, и M^{right} пучков, пришедших с границы $z = L$. Каждый пучок с начальной скоростью u_m описывается фазой $\theta_m(t, z, p)$ электронов относительно электромагнитной волны и считается во всей области \mathbf{G} . В каждой секции он может находиться в синхронизме с одной волной E_α с волновым вектором \mathbf{k}_α . Мы не рассматриваем синхронизм пучка одновременно с несколькими волнами, поскольку он практически недостижим по параметрам дифракции. Решение ищется в виде:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_{j=1}^N \mathbf{e} E_j(z, t) e^{i(\mathbf{k}_j \mathbf{r} - \omega t)}, \quad \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = \sum_{m=1}^M \mathbf{e} j_m(z, t) e^{i(\mathbf{k}_\alpha \mathbf{r} - \omega t)},$$

где \mathbf{e} – вектор поляризации.

Тогда из уравнений Максвелла в приближении медленно меняющихся амплитуд система уравнений поля относительно вектора амплитуд

$$\mathbf{E} = (E_1, E_2, \dots, E_N)^T, \quad E_j = E_j(t, z), \quad z \in G_i, \quad j = \sum_{k=1}^{i-1} n_k + j, \quad j=1, 2, \dots, n_i$$

и вектора правых частей размерности N $\mathbf{I} = (I_1, I_2, \dots, I_M, 0, \dots, 0)^T$ может быть в матричном виде записана следующим образом:

$$\mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial z} + \mathbf{C} \mathbf{E} = \mathbf{D} \mathbf{I}, \quad (2)$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1+a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & 1+a_{22} & \dots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & 1+a_{NN} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & b_{NN} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & \dots & c_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{N1} & \dots & c_{NN} \end{pmatrix},$$

$$I_m = \Phi_m \int_0^{2\pi} \frac{2\pi - p}{4\pi} \left(e^{-i\theta_m(t, z, p)} + e^{-i\theta_m(t, z, -p)} \right) dp, \quad m = 1, 2, \dots, M,$$

$$\frac{\partial^2 \theta_m(t, z, p)}{\partial z^2} = \Psi_m \left(k_{\alpha z} - \frac{\partial \theta_m(t, z, p)}{\partial z} \right)^3 \operatorname{Re} \left(E_\alpha(t - z/u_m, z) e^{i\theta_m(t, z, p)} \right). \quad (3)$$

Граничные условия для амплитуд поля и фаз пучков имеют вид:

$$\mathbf{E}(t, \Gamma_1) = \mathbf{E}^0(t) + \mathbf{F} \mathbf{E}(t, \Gamma_2), \quad (5)$$

$$\frac{\partial \theta_m(t, \Gamma_1^m, p)}{\partial z} = k_{mz}^0 - \omega / u_m, \quad \theta_m(t, \Gamma_1^m, p) = p. \quad (6)$$

Компоненты векторов Γ_1 и Γ_2 для волны с амплитудой E_j есть соответственно координаты «входа» и «выхода» этой волны в i -той секции (z_i^1 и z_i^2 либо наоборот в зависимости от направления распространения волн). Граничные условия (5) для волн \mathbf{E} содержат амплитуды внешних падающих на резонатор (при $z = 0$ и $z = L$) волн \mathbf{E}^0 , которые могут быть равными либо отличными от 0, в том числе иметь некую форму во времени (например, Гаусса). Внутренние граничные условия перехода волн из одной секции в другую и условия связи, описывающие внешние зеркала [11], задаются вторым слагаемым правой части (5).

В (6) Γ_1^m равно 0 либо L в зависимости от того, с какой стороны резонатора пришел m -й электронный пучок – слева или справа. k_{mz}^0 соответствует проекции на ось z волнового вектора электромагнитной волны в первой секции влета пучка, находящейся в синхронизме с пучком.

Матрица \mathbf{A} может быть единичной диагональной в отсутствие дисперсии в системе, либо иметь соответствующие члены a_{kj} , описывающие дисперсию (см. [13]). Матрица \mathbf{B} является диагональной и содержит направляющие косинусы дифракции. Коэффициенты c_{kj} матрицы \mathbf{C} описывают системные дифракционные параметры, в том числе коэффициенты разложения диэлектрической проницаемости среды в ряд по векторам обратной решетки, либо 0 для несвязанных между собой волн с номерами k и j . Матрица \mathbf{D} состоит из нулей и единиц, описывая связь между волнами и пучками. Вид коэффициентов системы (2)–(6) можно найти в [11–13].

Обратим внимание, что система (2)–(6) является одномерной (1D) системой, в которой рассматривается одна пространственная координата z . Тем не менее она хорошо описывает двумерность или трехмерность геометрии динамической дифракции, что вкупе с моделированием широкого в поперечном сечении электронного пучка дает удовлетворительные результаты по моделированию двумерных и трехмерных систем.

Двухпучковый двухволновой ОЛСЭ

Распишем аккуратно систему (2)–(6) для случая двухпучкового двухволнового односекционного ОЛСЭ-генератора в геометрии Брэгга. Оба электронных пучка, движущихся в резонаторе со скоростями \mathbf{u}_1 и \mathbf{u}_2 , находятся в синхронизме с одной из волн – проходящей и дифрагированной и описываются фазами электронов $\theta_1(t, z, p)$ и $\theta_2(t, z, p)$.

Итак, решение ищется в виде:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{e}(E(z, t)e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)} + E_\tau(z, t)e^{i(\mathbf{k}_\tau \mathbf{r} - \omega t)}),$$

где $\mathbf{k}_\tau = \mathbf{k} + \boldsymbol{\tau}$, $\boldsymbol{\tau}$ – вектор обратной решетки резонатора.

Перепишем (2)–(6) без учета дисперсии следующим образом:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E}{\partial t} + \gamma_0 c \frac{\partial E}{\partial z} + 0.5i l E - 0.5i \omega \chi_\tau E_\tau &= 2\pi j_1 \Phi_1 \int_0^{2\pi} \frac{2\pi - p}{8\pi^2} \left(e^{-i\theta_1(t,z,p)} + e^{-i\theta_1(t,z,-p)} \right) dp, \\
\frac{\partial E_\tau}{\partial t} + \gamma_\tau c \frac{\partial E_\tau}{\partial z} - 0.5i \omega \chi_{-\tau} E + 0.5i \omega l_1 E_\tau &= 2\pi j_2 \Phi_2 \int_0^{2\pi} \frac{2\pi - p}{8\pi^2} \left(e^{-i\theta_2(t,z,p)} + e^{-i\theta_2(t,z,-p)} \right) dp, \\
\frac{\partial^2 \theta_1(t,z,p)}{\partial z^2} &= \frac{e\Phi_1}{m\gamma_1^3 \omega^2} \left(k_z - \frac{\partial \theta_1(t,z,p)}{\partial z} \right)^3 \operatorname{Re} \left(E(t-z/u_1, z) \right) e^{i\theta_1(t,z,p)}, \\
\frac{\partial^2 \theta_2(t,z,p)}{\partial z^2} &= \frac{e\Phi_2}{m\gamma_2^3 \omega^2} \left(k_{zz} - \frac{\partial \theta_2(t,z,p)}{\partial z} \right)^3 \operatorname{Re} \left(E_\tau(t-z/u_2, z) \right) e^{i\theta_2(t,z,p)}, \\
E(t,0) &= 0, \quad E_\tau(t,L) = 0, \\
\frac{\partial \theta_1(t,0,p)}{\partial z} &= k_z^0 - \omega/u_1, \quad \theta_1(t,0,p) = p, \\
\frac{\partial \theta_2(t,L,p)}{\partial z} &= k_{zz}^0 - \omega/u_2, \quad \theta_2(t,L,p) = p, \\
t > 0, \quad z \in [0,L], \quad p \in [-2\pi, 2\pi].
\end{aligned} \tag{7}$$

Здесь γ_0 и γ_τ – направляющие косинусы дифракции. Системные параметры определяются как

$$l_0 = (k_i^2 c^2 - \omega^2 \varepsilon_0) / \omega^2, \quad l = l_0 + \delta_0, \quad l_\tau = (k_\tau^2 c^2 - \omega^2 \varepsilon_0) / \omega^2, \quad l_1 = l_\tau + \delta_1.$$

δ_0 и δ_1 есть отклонения от точного выполнения условия синхронизма для обоих пучков, γ_1 и γ_2 – их Лоренц-факторы.

$$\Phi_1 = \sqrt{l_0 + \chi_0 - c^2 / (u_1 \gamma_1)^2}, \quad \Phi_2 = \sqrt{l_\tau + \chi_0 - c^2 / (u_2 \gamma_2)^2}.$$

$\varepsilon_0 = 1 + \chi_0$ – диэлектрическая проницаемость среды, $\chi_0, \chi_{\pm\tau}$ – коэффициенты разложения диэлектрической проницаемости среды в ряд по векторам обратной решетки.

Численные методы

Приведем численные методы для решения системы (2)–(6). Везде ниже, где это удобно, будем пользоваться обозначениями [19]. Отметим, что индексы в разностных уравнениях не следует путать с использованными в предыдущих разделах обозначениями.

Введем в области (1) равномерные сетки:

$$\begin{aligned}
\omega_l &= \{t_l = lh_l, l = 0, 1, \dots\}, \quad \omega_z = \{z_n = nh_z, n = 0, 1, \dots, N_z, N_z h_z = L\}, \\
\omega_p &= \{p_j = h_p j, j = -N_p, \dots, -1, 0, 1, \dots, N_p, h_p N_p = 2\pi\}.
\end{aligned}$$

Тогда для решения уравнений (3) можно записать разностное уравнение:

$$\hat{\theta}_{m\bar{z}z}^j = \Psi \left(k - \hat{\theta}_{mz}^j \right)^3 \operatorname{Re} \left(\tilde{E} \exp(i\theta_m^j) \right), \quad j = 0, \pm 1, \dots, \pm N_p, \quad (8)$$

$$\hat{F} = \Lambda \sum_{j=0}^{N_p} c_j \left(\exp(-i\hat{\theta}_m^j) + \exp(-i\hat{\theta}_m^{-j}) \right),$$

где $\tilde{E} = E(t_l - \eta^m t_n, z_n)$, $\eta^m = h_z / (h_t u_m)$.

В расчетах берется целая часть η^m . Здесь u_m – скорость m -того электронного пучка, с которым находится в синхронизме рассматриваемая волна. При $t_l - \eta^m t_n < 0$ полагаем $\tilde{E} = E(0, z_n)$. c_j – коэффициенты квадратурной формулы. Для численного интегрирования была использована формула трапеций.

Полагаем $\theta^{0j} = h_p j$ для внутренних точек сетки.

Разностная схема для (2) имеет вид:

$$\mathbf{A} \frac{\hat{\mathbf{E}}_n - \mathbf{E}_n}{h_t} + \mathbf{B} \frac{\hat{\mathbf{E}}_n - \hat{\mathbf{E}}_{n\pm 1}}{h_z} + \mathbf{C} \frac{\hat{\mathbf{E}}_n + \hat{\mathbf{E}}_{n\pm 1}}{2} = \mathbf{D}\mathbf{I}, \quad (9)$$

$$I_m = \Phi_m \sum_{j=0}^{N_p} c_j \left(\exp(-i\hat{\theta}_{mn}^j) + \exp(-i\hat{\theta}_{mn}^{-j}) \right).$$

$\mathbf{B} \frac{\hat{\mathbf{E}}_n - \hat{\mathbf{E}}_{n\pm 1}}{h_z}$ означает, что для каждой компоненты поля E на разностной

сетке необходимо брать правую или левую разностную производную по z в зависимости от направления распространения данной волны в резонаторе. Для разностных уравнений (8) направление движения пучка электронов (слева направо или наоборот) непринципиально, поскольку здесь стоит разностная производная второго порядка (в левой части уравнения) и центральная разностная производная (справа). Граничные условия в системе аппроксимируются точно.

Результаты численного моделирования

Проведенное в [11]–[18] математическое моделирование нелинейной стадии работы ОЛСЭ подтвердило все основные физические закономерности и принципы его работы. Показано, что для эффективной генерации существует оптимальный набор параметров ОЛСЭ. Получены пороги генерации для экспериментальных установок ОЛСЭ. Показано, что ОЛСЭ является динамической системой с особенностями нелинейной динамики генерации, обусловленными нелокальной природой взаимодействия пучка электронов с электромагнитным полем в условиях дифракции. В процессе исследования хаотической природы ОЛСЭ были изучены его пространственно-временная и фазовая динамика. Получены различные динамические режимы работы ОЛСЭ со сложной их трансформацией. Исследована чувствительность различных режимов к изменению начальных условий. Построены различные параметрические карты перехода к хаосу.

Рассмотрим результаты математического моделирования двухпучкового двухволнового односекционного ОЛСЭ в соответствии с системой уравнений (7). Параметры рассматриваемого ОЛСЭ приближены к реальным параметрам установок [5]. Оба электронных пучка находятся в синхронизме с одной из волн – проходящей и дифрагированной и летят навстречу друг другу. Поскольку рассматриваемые плотности пучков незначительны, можно легко показать, что они взаимодействуют только с электромагнитным полем через объемную распределенную обратную связь, обеспечиваемую дифракцией. Более того, пучки могут быть разнесены в пространстве, поскольку мы рассматриваем широкий в поперечном сечении резонатор и ОРОС.

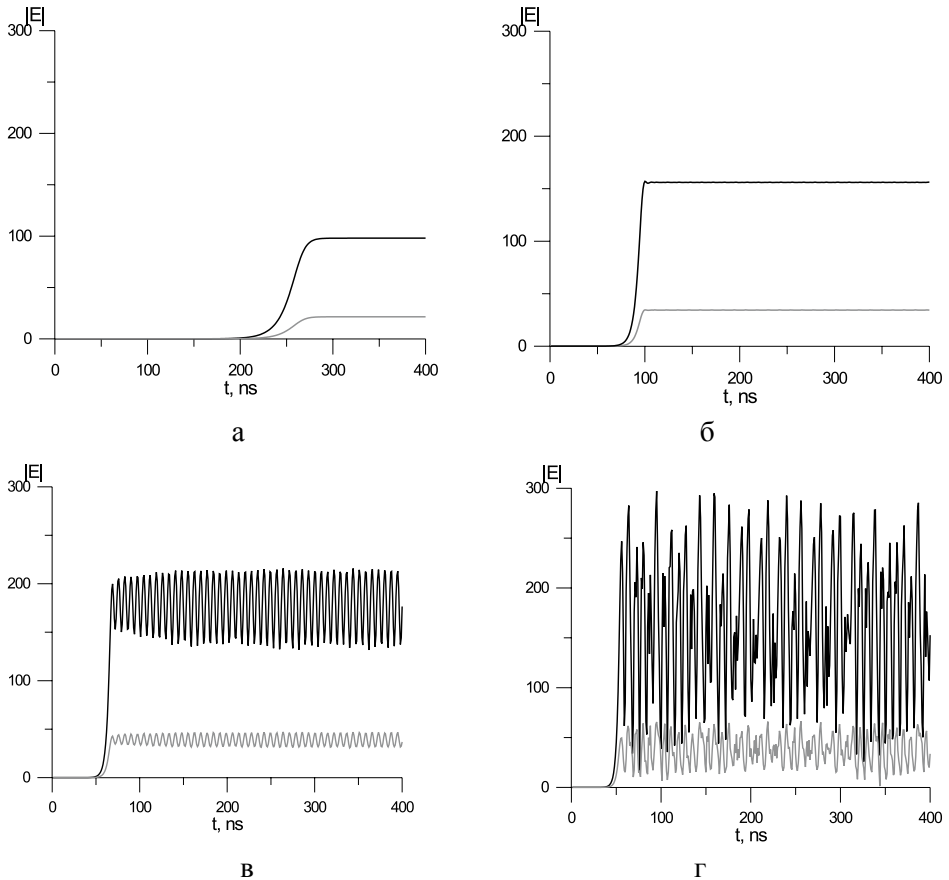


Рис. 2. Временная зависимость амплитуд проходящей и дифрагированной волн для различной плотности тока первого электронного пучка при фиксированном значении второго. Серые линии – проходящая волна при $z = L$, черные линии – дифрагированная волна при $z = 0$

На Рис.2 приведены временные зависимости амплитуд проходящей и дифрагированной волн для следующих плотностей токов электронных пучков: $j_2 = 2 \text{ кА/см}^2$ и на Рис.2а – $j_1 = 100 \text{ А/см}^2$, б – $j_1 = 150 \text{ А/см}^2$, в – $j_1 = 200 \text{ А/см}^2$, г – $j_1 = 250 \text{ А/см}^2$. Серые линии соответствуют модулю амплитуды проходящей вол-

ны при $z = L$, черные линии – дифрагированной волны при $z = 0$. При отсутствии первого пучка ($j_1 = 0$) плотность второго пучка $j_2 = 2 \text{ кА/см}^2$ находится ниже порога генерации и излучения в системе нет. Введение очень маленького по сравнению с $j_2 = 2 \text{ кА/см}^2$ значения плотности тока первого пучка $j_1 = 100 \text{ А/см}^2$ приводит к превышению порога генерации и получению стационарного одночастотного режима (см. Рис.2а). Следующее значение $j_1 = 150 \text{ А/см}^2$ приводит к увеличению амплитуд поля при сохранении одночастотного режима (см. Рис.2б). Значение $j_1 = 200 \text{ А/см}^2$ дает периодическое решение (см. Рис.2в), а $j_1 = 250 \text{ А/см}^2$ (см. Рис.2г) – хаотическое решение с элементами переходного хаоса (transient chaos). Низкоамплитудные колебания переходят в высокоамплитудные. Кстати, в отсутствие второго пучка пороговое значение генерации есть $j_1 = 250 \text{ А/см}^2$. Таким образом, видно, что наличие двух пучков в системе позволяет существенно понизить пороговые значения токов в системе, а также является одним из механизмов контроля хаоса в системе.

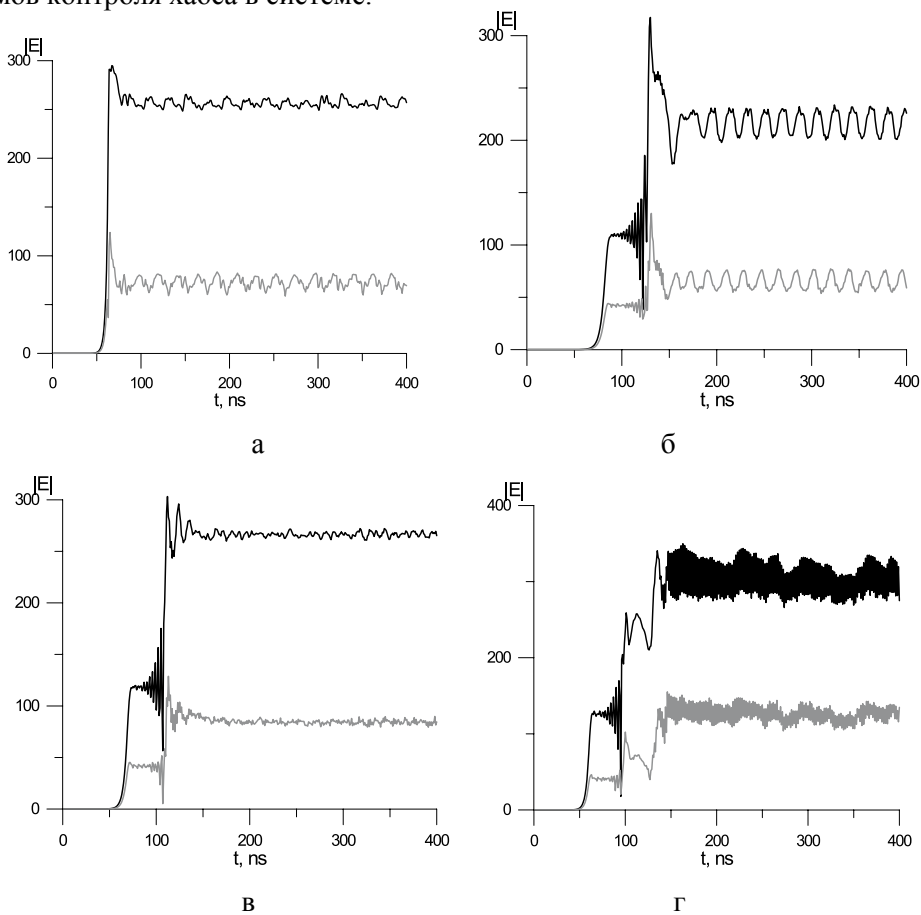


Рис. 3. Временная зависимость амплитуд проходящей и дифрагированной волн для различной плотности тока второго электронного пучка. Серые линии – проходящая волна при $z = L$, черные линии – дифрагированная волна при $z = 0$

Рассмотрим теперь случай фиксированной плотности первого пучка и изменяющейся плотности второго. На Рис. 3 и 4 изображена временная зависимость амплитуд проходящей и дифрагированной волн для различной плотности тока второго электронного пучка при фиксированном значении первого $j_1 = 400 \text{ А/см}^2$ на Рис 3: $j_2 = 0$ (а), $j_2 = 1.1 \text{ кА/см}^2$ (б), $j_2 = 1.2 \text{ кА/см}^2$ (в), $j_2 = 1.3 \text{ кА/см}^2$ (г). На Рис.4: $j_2 = 1.5 \text{ кА/см}^2$ (а), $j_2 = 1.6 \text{ кА/см}^2$ (б), $j_2 = 1.7 \text{ кА/см}^2$ (в), $j_2 = 1.8 \text{ кА/см}^2$ (г). Серые линии опять соответствуют модулю амплитуды проходящей волны при $z = L$, черные линии – дифрагированной волны при $z = 0$. При отсутствии второго пучка ($j_2 = 0 \text{ А/см}^2$) мы имеем в системе слабый хаос (Рис 3а). Видно, что увеличение плотности второго пучка кардинально меняет характер динамического решения системы со слабого хаоса (Рис. 3б, в) к развитому хаосу (Рис. 3г) и далее через перемежаемость (Рис. 3д и е) к почти периодическому решению (Рис. 3ж, з).

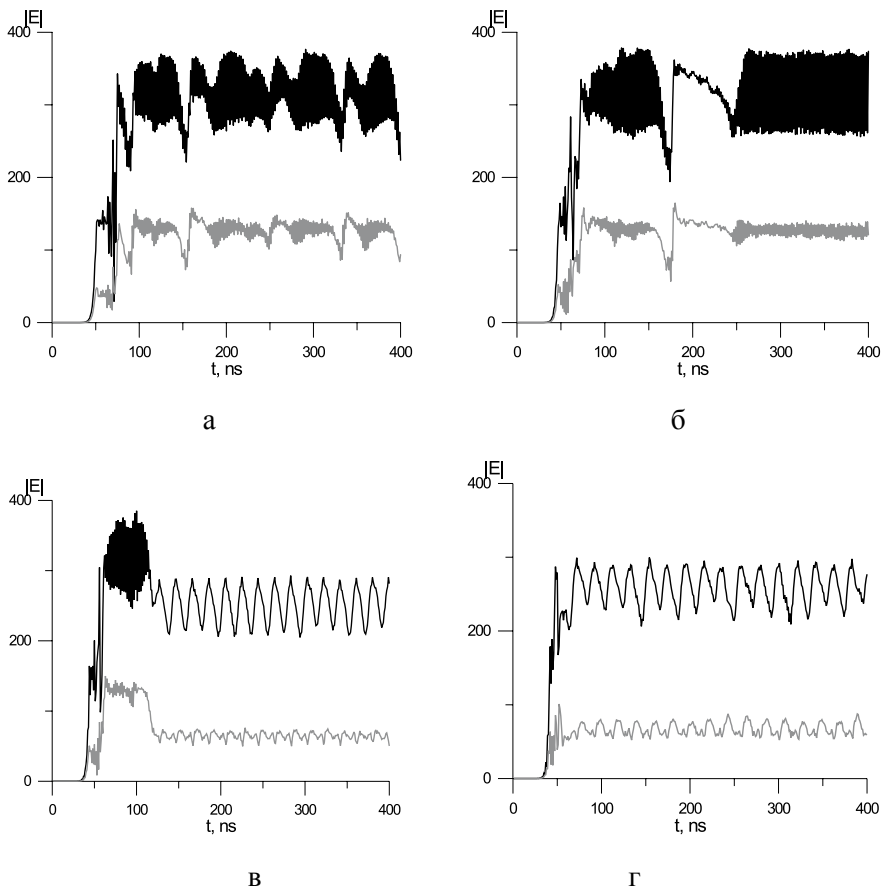


Рис. 4. Временная зависимость амплитуд проходящей и дифрагированной волн для различной плотности тока второго электронного пучка. Серые линии – проходящая волна при $z = L$, черные линии – дифрагированная волна при $z = 0$

Заключение

В работе предложена обобщенная система уравнений, описывающая различные варианты многопучковых многоволновых ОЛСЭ. Она учитывает многосекционные резонаторы, дисперсию электромагнитных волн в системе, внешние зеркала и т.д. Математическое моделирование двухпучкового двухволнового ОЛСЭ проведено с использованием предлагаемой системы уравнений. Показано, что изменение плотности тока электронных пучков приводит к изменению хаотической динамики ОЛСЭ и позволяет существенно понизить пороговые значения токов в системе, а также является одним из механизмов управления хаосом в системе.

Литература

1. *Baryshevsky V. G., Feranchuk I. D.* // Physics Let. A. 1984. Vol.102. P. 141–144
2. *Baryshevsky V. G.* // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. 2015. Vol. B355. P.17–23
3. *Baryshevsky V. G., Batrakov K. G., Dubovskaya I. Ya.* // J. Phys. D. 1991. Vol. 24. P. 1250–1257
4. *Baryshevsky V. G., Gurinovich A. A.* // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. 2006. Vol. B252. P. 92–101
5. *Baryshevsky V. G., Belous N. A., Gurinovich A. A. et al.* // IEEE Conf. Publications. Proc. 35th Int. Conf. Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves. IRMMWTHz 2010. 2 p.
6. *Baryshevsky V. G., Gurinovich A. A.* // <http://xxx.lanl.gov/pdf/1301.4330.pdf>. 2013. 15 p.
7. *Piestrup M. A.* // Appl. Phys. Let. 1981. Vol. 39. P.696–698
8. *Bekefi G., Jacobs K.D.* // Appl. Phys. Let. 1982. Vol. 53. P. 4113–4121
9. *Freund H. P., Douglas D., O'Shea P. G.* // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. 2003. Vol. A507. P.373–377
10. *Mohsenpour T., Rami O. K. R.* // Physics of Plasma. 2014. Vol. 21. P.072113
11. *Батраков К. Г., Сытова С. Н.* // ЖВМ и МФ. 2005. Т. 45. С. 690–697
12. *Batrakov K., Sytova S.* // Nonlinear Phenomena in Complex Systems. 2005. Vol. 8. P. 359–365
13. *Сытова С.Н.* // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2012. Т. 20. С. 124–135
14. *Sytova S.* // Abstr. 16th Intern. Conf. MMA2012. Tallinn, Estonia, June 6-9 2012. P.116
15. *Sytova S.* // Nonlinear Phenomena in Complex Systems. 2009. Vol. 12. P. 37–45
16. *Сытова С. Н.* // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2011. Т.19. С. 93–111
17. *Sytova S.* Nonlinear Phenomena in Complex Systems, 2012. Vol. 15. P. 378-386
18. *Сытова С. Н.* // Доклады НАН Беларуси. 2014. Т.58. С.47–52
19. *Самарский А. А.* Теория разностных схем. Наука, 1989

NUMERICAL METHODS IN SIMULATION OF NONLINEAR DYNAMICS OF PROCESSES OF RADIATION FORMED BY HIGH-CURRENT BEAMS OF CHARGED PARTICLES IN MULTIDIMENSIONAL SPACE-PERIODIC STRUCTURES

S. Sytova

The principle of volume free electron lasers (VFEL) is based on the interaction of relativistic electron beam with two or more strong coupled electromagnetic waves generating in essentially non-one-dimensional geometry as a result of dynamical Bragg diffraction inside the

resonator (natural or artificial electromagnetic (photonic) crystal). Previously VFEL were considered in various two- and three-wave diffraction geometries theoretically and experimentally. Now multiple beam multi-wave VFEL are considered as laser self-phase-locking system. In the paper the general system of equations describing the various variants of multiple beam multi-wave VFEL is proposed. It takes into account multi-section resonator, the dispersion of electromagnetic waves in the system, external mirrors and others. The mathematical modeling of two-beam two-wave VFEL was carried out using the proposed system of equations. It is shown that the change of current density of electron beams leads to change of VFEL chaotic dynamics and is one of the ways of chaos control in the system.